АДИТИВЕН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА ОБЕМА НА ПРОДУКЦИЯТА НА ЕДНОРОДНИ И РАЗНОРОДНИ СЪВКУПНОСТИ НА СТОКИ С ДИСКРЕТНАТА НЕЧЕТНА ФУНКЦИЯ НА МАТЕМАТИЧЕСКИЯ СИГНУМ

Емил Христов[*]

Въведение

В статията е изложена адитивната форма на елементарния функционален анализ на еднородна съвкупност (крайно множество) на една и съща стока и на разнородна съвкупност (крайно множество) на различни стоки. В този смисъл тя представлява обобщение и завършек на адитивния функционален анализ, публикуван в моя предходна статия (Христов, 2015). В нея са изведени подробни методики в теоретично и приложно отношение за адитивен и индексен факторен анализ на изменението на обема на продукцията на една стока в паричен израз. Изменението на обема на продукцията $\boldsymbol{P}$ се анализира с промените на цената $\boldsymbol{p}$ и натуралното количество на стоката $\boldsymbol{q}$ за две сравнявани години (базисна и отчетна). Методиката е предназначена за приложение в държавната статистическа практика, в счетоводно-финансовия и другите форми на икономическия анализ на бизнеса, както и в научно-приложните икономически и неикономически изследвания в останалите приложни статистики. Посочената зависимост между продукцията (зависимата променлива) и двете факторни променливи (цената $\boldsymbol{p}$ и натуралното количество $\boldsymbol{q}$) е една от основните и най-важни зависимости в икономиката и се представя с елементарния двуфакторен мултипликативен модел $\boldsymbol{P = pq}$. На практика обаче той може да се прилага навсякъде за факторен анализ на

[*] Професор, д.ик.н.; e-mail: emil_hristov_37@hotmail.com.

количествени показатели. В теоретико-статистическо отношение моделът се основава на теорията на вероятностите, според която факторната променлива ***p*** е вероятностна характеристика за интензивността на всеки процес. В приложните статистики тя е известна като **интензивен** показател, докато другата факторна променлива ***q*** е характеристика за величината на средата, от която произлиза процесът, или е пряко свързана с неговата интензивност. Тази характеристика е известна в приложните статистики като **екстензивен** показател. В конкретния случай процесът е създаване на натурални количества на определени стоки и услуги и на техните стойностни обеми в паричен израз. Посоченият модел е елементарен, защото използва дискретни (прекъснати) данни за всяка отделна променлива само за базисна и отчетна година. С неговата адитивна форма се анализира разликата между отчетната и базисната стойност на зависимата променлива $\Delta \mathrm{P} = \mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_0$ чрез разликите на отчетните и базисните стойности на двата фактора $\Delta p = p_1 - p_0$ и $\Delta q = q_1 - q_0$. С другата индексна форма се анализира резултативният индекс, или отношението на отчетната спрямо базисната стойност на зависимата променлива $I_0 = \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_0}$, чрез произведението на двата факторни индекса или отношенията на отчетните и базисните стойности на двата фактора $\frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_0} \times \frac{q_1}{q_0} = Ip \times Iq = I_0$.

Началната и определяща форма на функционалния анализ е адитивната, защото нейните решения съдържат в явен вид само реално съществуващи нетни ефекти и евентуален съвместен ефект, които са увеличения и/или намаления на зависимата променлива от еднопосочните и разнопосочните промени на факторите ***p*** и ***q*.** Адитивният факторен анализ се решава след превръщането на мултипликативния модел в линеен адитивен факторен модел с помощта на теоретичния математически критерий - дискретната нечетна функция на математическия сигнум (Христов, 2004, 2015). С тази функция общата формула на решението на адитивния факторен анализ е $\Delta \mathrm{P} = \Delta P_p + \Delta P_q + sgn\Delta P_{pq}$, където $\Delta P_p = (p_1 - p_0)q_{min}$ и $\Delta P_q = (q_1 - q_0)p_{min}$ са нетните ефекти от промените на цената Δp и на натуралното количество на стоката Δ***q*** с **по-малките** базисни или отчетни стойности на ***p*** и ***q***. Ако се вземат по-големите стойности на ***p*** и ***q***, се получават фиктивни (реално несъществуващи) съвместни ефекти, които се виждат графически лесно на фигури. Последните членове в посоченото решение $sgn\Delta P_{pq} = h\Delta_p\Delta_q$ са за съвместен ефект от еднопосочните промени (едновременни увеличения или намаления) на двата фактора. Параметърът ***h*** на знаковата функция на математическия сигнум може да взема три дискретни стойности: +1 при едновременни факторни увеличения $\Delta_p > 0$ и $\Delta_q > 0, -1$, при едновременни факторни намаления $\Delta_p < 0$ и $\Delta_q < 0$ и 0 при едновременни разнопосочни промени $\Delta_p > 0$ и $\Delta_q < 0$ или $\Delta_p < 0$ и $\Delta_q > 0$. С този критерий се отхвърлят условните методи в икономическото образование и наука, защото решенията с тях могат да **съдържат** два фиктивни (реално несъществуващи) съвместни ефекта, които са равни по абсолютна стойност, но са с различни знаци. По тази причина те се неутрализират взаимно и не променят точната разлика на зависимата променлива $\Delta P = P_1 - P_0$, но **подвеждат** анализатора с неверни ефекти и решения (Христов, 2015). По мое мнение те са типичен пример за математически формализъм. Причината за такива ефекти при адитивния факторен анализ е, че промяната на единия фактор се умножава с предварително избрана стойност на другия фактор, която е от базисната или от отчетната година по някакви условни икономически съображения (Гатев, 1995). Тя не е съобразена със строгия теоретичен математически критерий - знаковата функция на математическия сигнум. При предварително избраните стойности на единия фактор се отчита само промяната на другия фактор, а не се отчитат **едновременните** промени на двата фактора. Последиците от такива условни методи са, че полученото решение само за една стока може да бъде **вярно** или **невярно**. Вярно ще бъде решението, ако условният метод съвпадне с верния метод, при който се отчитат не отделните промени на двата фактора, а техните съвместни едновременни промени с алгебричните им знаци. Аналитично, верният метод се представя със знаковата функция на математическия сигнум (Христов, 2004, 2015). С нея верните решения се получават при всичките четири възможни случая на едновременните еднопосочни и разнопосочни промени на двата фактора. Верните ефекти (двата нетни и евентуалният съвместен) се получават **само** когато изменението на всеки фактор се умножи с **по-малкото равнище** на другия фактор, независимо дали е от базисната, или от отчетната година. С тях се получават еднозначните решения от адитивния факторен анализ на изменението в обема на продукцията ΔP на отделната стока при следните условия:

при $\Delta p > 0$ и $\Delta q > 0$, $\Delta P = \Delta P_p + \Delta P_q + \Delta P_{pq}$;

при $\Delta p < 0$ и $\Delta q < 0$, $\Delta P = -\Delta P_p - \Delta P_q - \Delta P_{pq}$;

при $\Delta p > 0$ и $\Delta q < 0$, $\Delta P = \Delta P_p - \Delta P_q$;

при $\Delta p < 0$ и $\Delta q > 0$, $\Delta P = -\Delta P_p + \Delta P_q$.

Първите две решения при еднопосочните факторни промени съдържат двата нетни ефекта и съвместния ефект с еднакви положителни или отрицателни алгебрични знаци. Останалите две решения при разнопосочните факторни промени съдържат само двата нетни ефекта с различните знаци. Получените ефекти от всички решения поставят въпроса за логическата издържаност на едно много разпространено правило от 19-и век за анализ с два или повече фактора. Според него влиянието (промяната) на всеки фактор трябва да се измерва при **запазени (базисни)** равнища на останалите фактори. По този начин правилото се основава на концепцията за **независимост** на факторите. То обаче е вярно само за първия случай с едновременните увеличения на двата фактора. Решенията на останалите три случая показват, че то е невярно.

При анализа на данните обаче за съвкупност на краен брой стоки, които в общия случай могат да бъдат с различни факторни промени на цените и натуралните количества, решението с условните методи ще бъде **невярно.** То е невярно, защото няма никакво значение как са се умножавали положителните и отрицателните факторни промени на цените - **само с базисните** или **само с отчетните стойности** на другия фактор (натуралните количества на стоките). Точно със същите условни методи няма никакво значение как са се умножавали положителните и отрицателните факторни промени на натуралните количества на стоките - **само с базисните** или **само с отчетните стойности** на другия фактор (цените на стоките). В такова решение ще има верни и неверни решения за отделните стоки, но никой не може да каже колко е близко или далече полученото решение от вярното решение за цялата съвкупност. За отделните стоки верните решения се установяват **само** със знаковата функция на математическия сигнум, които след това се агрегират (сумират) за цялата съвкупност. Приложението на математическия сигнум ***h*** в адитивния факторен анализ на продукцията на отделната стока е **първото** строго условие за еднозначно, вярно и точно решение на този анализ.

Адитивният факторен анализ на отделната стока завършва с относителната форма, при която верните и точни ефекти $\Delta P_p, \Delta P_q$ и $h\Delta P_{pq}$ от промените на двата фактора - цената ***p*** и натуралното количество ***q,*** се отнасят към обема на продукцията $\mathrm{P_0}$ от базисната година. Или с тази форма на анализа се получават относителните ефекти $\frac{\Delta P_p}{P_0}, \frac{\Delta Pq}{P_0}$ и $\frac{hPpq}{P_0}$. С тях е изпълнено **второто** строго условие за еднозначното решение на адитивния анализ, което произлиза от първото условие, че относителното изменение на продукцията (прирастът или намалението) спрямо нейния базисен обем $\frac{\Delta \mathrm{P}}{\mathrm{P_0}} = \frac{\mathrm{P_1} - \mathrm{P_0}}{\mathrm{P_0}} = I_0 - 1$ трябва да бъде равно на алгебричната сума на относителните ефекти $\frac{\Delta Pp}{P_0} + \frac{\Delta Pq}{P_0} + \frac{h\Delta Ppq}{P_0}$ (Христов, 2015).

Според предложената методика от относителната форма на адитивния факторен анализ **се преминава** в индексен факторен анализ $I_0 = I_p \times I_q$, където $I_0 = \frac{P_0 + \Delta Pp + \Delta Pq + h\Delta Ppq}{P_0} = 1 + \frac{\Delta Pp}{P_0} + \frac{\Delta Pq}{P_0} + \frac{h\Delta Ppq}{P_0}$. Това е **общата формула** за еднозначно решение на индексния факторен анализ от адитивния факторен анализ (Христов, 2015). С това решение се потвърждава възприетата концепция, че адитивният и индексният анализ са две форми на един и същ функционален анализ. Двете форми са „елементарните или съставни клетки", от които са образувани адитивните и мултипликативните иконометрични модели с непрекъснати променливи. От елементарната клетка произлезе и наименованието на анализа в предходната и настоящата статия като „елементарен функционален анализ" (Христов, 2015).

От анализа на продукцията на отделната стока произлиза едно много важно свойство на решенията на адитивния факторен анализ на взаимнообратимите случаи (примери). Това са примери с едни и същи данни, но с разменени места за базисната и отчетната година. От адитивния факторен анализ на два взаимнообратими примера се получават едни и същи ефекти, които са равни по абсолютна стойност, но са с обратни алгебрични знаци.

С посочените решения завършва предходната ми статия за адитивен факторен анализ на обема на продукцията от факторните промени на цената и натуралното количество на една стока. Получените методологични резултати и изводи, както и резултатите от извършените анализи на четири примера за четири стоки с всички възможни факторни промени, се обобщават в настоящата статия с две отделни методики. Първата е за адитивен и индексен факторен анализ за най-разпространените разнородни съвкупности в икономиката, всяка от които е съставена от различни стоки. Втората методика е също за адитивен факторен анализ, но е за еднородни съвкупности, всяка от които се състои само от една стока. Освен в икономическата статистика еднородните съвкупности се срещат много повече в останалите приложни статистики. С двете методики се използват едни и същи факторни показатели за отделните стоки, но които за двата вида статистически съвкупности се обобщават различно. Общото между тях е приложението на **първия** строг критерий за еднозначно или единствено вярно и точно решение на адитивния факторен анализ на обема на продукцията за отделната стока - знаковата функция на математическия сигнум. Съответните методики за индексния факторен анализ на разнородни и еднородни ще бъдат изложени в следващ брой на сп. „Статистика", защото те се извеждат методологически от адитивния факторен анализ с математическия сигнум. Преди да се изложат двете различни методики за адитивен анализ, в следващата точка на настоящата статия се определят и обсъждат най-напред отделно двете съвкупности. Именно тяхното различие е **вторият** строг критерий за еднозначно (теоретично) решение на адитивния и индексния факторен анализ на продукцията от съвкупности. Този критерий е **чисто икономически,** към който математиката няма никакво отношение.

1. Математическо множество и статистическа съвкупност. Еднородна и разнородна съвкупност на стоки

Една група проблеми на елементарния функционален анализ идва от тази част на теорията на статистиката, която се отнася до основното понятие „статистическа съвкупност" и нейните два вида - еднородна и разнородна - в икономическата статистика. Понятието „статистическа съвкупност", което е най-близко до математическото понятие „множество", е въведено най-напред от Георг Фридрих Кнап през 1868 г. с немското понятие Gesamtheit в смисъл на общност, обединение или колектив (Радилов, 2009). То се определя от своя автор като „събиране на отделни единици в едно цяло", с което се разкрива първата и основна същност на статистиката като целенасочена дейност за наблюдение на множествени проявления на явленията. Това определение на съвкупността е необходимо, но не е достатъчно, защото подобен смисъл има и абстрактното първично понятие „натурално число" в математиката, което е определено още от Евклид през III век пр.н.е. Според него натуралното число е множество, съставено от единици, или е точна сума (число) на определен брой единици (Выгодский, 1964). По тази причина определението на статистическата съвкупност следва да започва с първичното и неопределено понятие „множество" от теорията на множествата. Тя е основана от немския математик Кантор и е развита като теория от друг математик - Цемерло (Радилов, 2009). Тук няма да проследявам цялото историческо развитие на понятието „статистическа съвкупност", а само ще отбележа, че немското понятие за нея е преведено от А. А. Чупров (син) на руски като „совокупность", откъдето е преминало и на български като „съвкупност" (Кириенко, 1957; Радилов, 2009).

По този повод ще цитирам двама съвременни български статистици икономисти, които според мен дават подходящи, но различно точни определения на това основно статистическо понятие за нуждите на приложните статистики. Едното е на покойния проф. Венец Цонев, според когото съвкупността е „макроединица, чиито свойства зависят от честотното разпределение на влизащите в нея единици от по-долен ред" (Цонев, 1997). Другото определение е на проф. Димитър Радилов: „Статистическата съвкупност, според нас, е цяло от множество самостоятелни елементи (предмети, индивиди, организми, институционални единици и др.), обединени по общ признак, които са свързани със случайни, причинни или целесъобразни връзки при изучаване на масови явления във времето и пространството"

(Радилов, 2009). Няма да коментирам подробно тези определения, но ще изтъкна, че и двете имат своите предимства. Първото на проф. Цонев е по-кратко и показва най-важната разлика между математическото абстрактно множество и статистическата съвкупност, а именно, че съвкупността е **честотно разпределение** на единиците на едно множество. Другото определение на проф. Радилов е по-обстоятелствено, но то според мен има две важни предимства. Първото е, че то започва изрично с първичното математическо понятие **множество,** защото за да има честотно разпределение на единици, трябва предварително да е зададено тяхното крайно множество. Второто предимство на определението на проф. Радилов има, по мое мнение, още по-голямо предимство. В това определение е отбелязано изрично, че елементите на множеството (единиците - бел. моя) са **обединени по общ признак.** Вероятно проф. Цонев, след като акцентира на честотното разпределение на съвкупността, не е сметнал за необходимо да добави понятието „признак". В това отношение той е прав, защото е очевидно, че всяко честотно разпределение се извършва винаги на някакви единици според значенията на някакъв признак. Именно в този смисъл определението на статистическата съвкупност като „честотно разпределение" е универсално за всички области в живота, но според мен то е точно само за т.нар. **еднородни съвкупности.** Такава съвкупност в икономиката е например едно крайно множество на общото произведено или продадено количество натурални единици на една стока на различни цени за различни получатели или пазари. В този случай всички натурални единици на стоката (множеството) могат да се разпределят на групи според различните цени (признака на разпределението). От полученото честотно разпределение на натуралните единици може да се състави статистическа структура с относителните дялове на отделните групи единици. Това е допустимо обаче само когато натуралните единици са непосредствено събираеми и от тях може да се получи статистическа структура и обща среднопретеглена цена със същата структура за цялата еднородна съвкупност на стоката. По мое мнение със своето определение на статистическа съвкупност проф. Цонев е дал статистическа интерпретация на математическото честотно разпределение. Във всички други случаи, а те са преобладаващи в икономиката, се работи с т.нар. **разнородни съвкупности.** Всяка разнородна съвкупност се представя с крайно множество от точно определени (разграничени) разнородни елементи (стоки), всяка от които се характеризира със своя средна цена и количество в натурална мярка, различна от натуралните мерки на количествата на другите стоки. В такава съвкупност натуралните количества на различните стоки не са събираеми, дори когато имат една и съща натурална мярка, например брой шапки и брой шорти. Може да се обобщи, че разнородната съвкупност удовлетворява някаква обща, по-голяма потребност с крайно множество на точно определени разнородни стоки, в случая общата потребност от облекло. Според определението на проф. Радилов разнородната съвкупност може да се обясни с **целесъобразни** връзки между различните стоки или единици на статистическата съвкупност. От несъбираемите натурални количества на разнородните стоки не може обаче да се състави статистическа структура с относителни дялове, нито да се намери обща средна цена за цялата разнородна съвкупност. За такава съвкупност, както ще видим, може да се прилага един по-общ и специфичен статистически факторен анализ, който е приложим и за еднородните съвкупности. Оттук идва и голямото значение на израза **обединени по общ признак** за елементите на множеството в определението на проф. Радилов. Ако за еднородната съвкупност признакът е нужен само за съставяне на честотно разпределение, при разнородната той е необходим най-напред за нейното привеждане в сравним и съпоставим вид на всички разнородни стоки. Такова привеждане е възможно чрез първото общо свойство - признак на всички еднородни и разнородни съвкупности на стоките и услугите, според което те могат да се изразят с „обем на произведената продукция" в съответната мярка - левове (хиляди, милиони или милиарди). Едва след такова привеждане на всяка разнородна съвкупност в паричен израз е възможно по-нататъшно представяне на общата продукция от всички различни стоки като честотно разпределение на цялата разнородна съвкупност по признака „обем на продукцията в левове". Всъщност посоченото общо свойство на всички статистически съвкупности на стоки и услуги е отличителният и разграничителен белег на икономическата дейност от всички други дейности на обществото. Във връзка с отбелязаното различие на еднородните и разнородните съвкупности в икономиката предлагам и едно второ общо свойство на множествата на стоките и услугите. По мое мнение това свойство може да се изрази с алтернативния признак **„заменяемост или незаменяемост"** на стоките и услугите във всяка тяхна съвкупност. Приема се, че заменяемост може да има само на стоки и услуги в еднородни съвкупности, докато незаменяемостта се отнася за различните стоки и услуги при разнородните, тъй като те се създават за задоволяване на различни потребности. Според посочения алтернативен признак е възможно по мое мнение да се даде едно по-точно определение на еднородна съвкупност на стоките. Тя е крайно множество на една и съща стока или други **подобни** стоки, с които същата може да бъде заменена за задоволяването на една и съща, точно определена, конкретна потребност. За някои конкретни потребности обаче може да няма стоки-заместители. На практика заменяемостта се определя винаги с някаква условност и в определени граници. Освен това една стока може да бъде заменяема като суровина на друга стока, но да не бъде заменяема с друга стока за крайно потребление на населението. Същото важи и за обратните случаи на заменяемост в потреблението и незаменяемост в производството. При необходимост или при наличие на избор е възможно дадена стока да бъде заменена с друга подобна стока поради разлики в цените, качеството, промени в потреблението, наличната производствена техника, специфичен потребителски пазар или по други причини. Следователно ако едно крайно множество от единици е за икономическото явление „производство на стоки", то трябва да има три отделни свойства или условия. **Първото** е за характера на съвкупността като еднородна или разнородна. **Второто** е за обема на продукцията на стоката в паричен израз, която образува еднородната съвкупност, както и за обемите на продукциите на различните стоки, които съставят разнородната съвкупност. **Третото** е за крайното множество (броят на натуралните или физически единици) на стоката, която образува еднородната съвкупност, както и за крайните множества (бройките на натуралните или физически единици) на различните стоки, които съставят разнородната съвкупност. Наличието на тези три условия е задължително за всеки адитивен и индексен факторен анализ на обема на продукцията. От друга страна, производството може освен по цени да бъде наблюдавано и по други признаци, например по отрасли, форми на собственост, по териториален признак и други. На тази основа, като използвам двете предходни определения на проф. Цонев и проф. Радилов, предлагам следното **обобщено** и по-точно определение на „статистическа съвкупност": всяко крайно или безкрайно множество на предварително определени най-малки единици - единични проявления на едно явление, които имат алтернативно свойство да бъдат или да не бъдат обединени в едно по-голямо множество с единиците на други явления и според което, ако не бъдат обединени, образуват самостоятелно честотно разпределение по някакъв признак **(еднородна съвкупност),** а ако бъдат обединени по някаква **целесъобразност**, образуват **съвместно** честотно разпределение по признак, което е **общ** за всички обединени явления **(разнородна съвкупност).** Както се вижда, целта на това определение е да включва ясно разграничените еднородни и разнородни съвкупности в една обща съвкупност. В този смисъл разнородните стоки могат да се разглеждат като отделни **еднородни подсъвкупности** на цялата разнородна съвкупност. По мое мнение за такова обединително определение на статистическата съвкупност като еднородна и разнородна най-подходящо на чужд език е английското понятие „aggregation" (Oxford English Dictionary, 1993).

Изтъкнатото различие между еднородната и разнородната съвкупност представлява според мен едно от решаващите условия за еднозначно, вярно и точно решение както на адитивния, така и на индексния факторен анализ на паричния обем на продукцията (зависимата променлива) от съвкупности на стоки.

2. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията при разнородна съвкупност на стоките от промени на техните цени и натурални количества

От посоченото съществено различие между еднородна и разнородна съвкупност произлизат **две различни методики** за адитивен факторен анализ на промяната в обема на продукцията през отчетната спрямо базисната година. Едната от тях е за преобладаващите разнородни съвкупности в икономиката за анализ на разнородна продукция, за който не съм срещал досега цялостна и издържана методика (Гатев, 1995). По тази причина най-напред е съставена методиката за адитивен факторен анализ на изменението на продукцията от разнородна съвкупност на различни стоки. Тя е приложена върху примери за разнородни съвкупности с всички възможни факторни промени на цените и натуралните количества на различните стоки във всеки пример.

Една друга методика, която има по-големи, допълнителни възможности за анализ, е съставена само за продукцията от еднородна съвкупност на една стока. С тази методика са решени отново всички примери, които се разглеждат вече само като еднородни съвкупности.

Първата методика се основава на **концепцията за независимост** на анализите за отделните стоки, която произлиза пряко от определението на разнородната съвкупност. С нея се оценяват отделните ефекти от трите вида факторни промени на цените, натуралните количества и на еднопосочните промени на цените и натуралните количества на отделните стоки. След това получените ефекти за всяка стока и за всеки отделен вид на факторните промени се агрегират (сумират) за всички стоки на съвкупността. В резултат на това агрегиране се получават три независими сумарни ефекта, откъдето произлиза и името на концепцията за независимите източници на прираст. Тя е предложена за първи път у нас от проф. В. Цонев, но само за еднородни съвкупности (Христов, 2015). При тях източниците на прираст не са независими, защото крайните ефекти от различните източници се получават с осреднени данни за еднородните съвкупности.

Според концепцията за независимите източници на прираст при разнородните съвкупности най-напред се извършва адитивен факторен анализ на продукцията на всяка отделна стока. За целта се прилага методиката за този анализ, изведена в моята предходна статия (Христов, 2015) и изложена във въведението на настоящата статия. Според нея с трите вида факторни промени и знаковата функция на математическия сигнум се намират трите ефекта (увеличения и/или намаления) на базисния обем на продукцията P_{i0} на всяка отделна ***i***-та стока в разнородната съвкупност (крайното множество от ***n*** на брой стоки). Отделните ефекти са: $\Delta P_{pi} = \Delta piq_{imin}$, където $q_{imin} = q_{i0}$ при $q_{i0} < q_{i1}$ или $q_{imin} = q_{i1}$ при $q_{i0} > q_{i1}$,

$\Delta P_{qi} = \Delta q i p_{imin}$, където $p_{imin} = p_{i0}$ при $p_{i0} < p_{i1}$ или $p_{imin} = p_{i1}$ при $p_{i0} > p_{i1}$ и

$\Delta P_{pqi} = h_i \Delta p_i \Delta q_i$, където $h_i = +1$

при $\Delta p_i > 0$ и $\Delta q_i > 0, h_i = -1$ при $\Delta p_i < 0$ и $\Delta q_i < 0$, и $h_i = 0$

при $\Delta p_i > 0$ и $\Delta q_i < 0$ или $\Delta p_i < 0$ и $\Delta q_i > 0$

Във връзка с посочената методика препоръчвам на читателя да се запознае с моята предходна статия. В нея е изведена знаковата функция на математическия сигнум $\boldsymbol{h}$ с индуктивна логика за всичките четири възможни едновременни промени на двата фактора $\boldsymbol{p}$ и $\boldsymbol{q}$ в мултипликативния модел $\boldsymbol{P = pq}$. Извеждането се основава на решенията на четири примера за всеки отделен вид на факторните промени. Отделните решения са получени както с елементарните аритметични действия и геометрични фигури за площи (правоъгълници и квадрати), така и с теоретичния математически критерий - нечетната дискретна функция на математическия сигнум за научната (теоретична) форма на адитивния и индексния факторен анализ. Във връзка с измерването на ефектите за всяка i-та стока искам да обърна внимание на една особеност на адитивния факторен анализ на разнородните съвкупности, която може да се срещне на практика. Възможно е при отдалечени базисна и отчетна година да има нови потребности през отчетната година, които не са съществували през базисната година. За такива случаи предлагам да се извършва анализ само за сравнимите стоки от двете години и към сумата на получените сумарни ефекти да се прибавя отделният обем на продукцията на новите стоки от отчетната година.

На следващ етап се агрегират (сумират) ефектите от всеки вид за всичките $\boldsymbol{n}$ на брой стоки на разнородната съвкупност и се получават два нетни сумарни ефекта:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta P_{pi} = E_p$$

и

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta P_{qi} = E_q$$

както и съвместен сумарен ефект:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta \mathrm{P}_{pq_i} = E_{pq}$$

за цялата разнородна съвкупност. Тези суми са **алгебрични** резултативни величини, защото отделните ефекти могат в общия случай да бъдат за някои стоки положителни величини (прирасти), а за други стоки - отрицателни величини (намаления) на базисните продукции P_{i0}. Следователно всяка сума на съответния вид ефекти показва **преобладаващ** прираст или намаление на продукцията. Или E_p е сумарният ефект само от преобладаващите промени (увеличения или намаления) на цените на стоките, E_q - сумарният ефект само от преобладаващите промени (увеличения или намаления) на техните натурални количества, а E_{pq} е сумарният ефект само от преобладаващите еднопосочни промени на цените и натуралните количества на стоките. За всяка от тези суми се оценява „приносът” на всяка стока, който показва източниците на прираст или намаление на продукцията, както и „общият принос” на всяка стока в общия прираст или намаление на продукцията за цялата разнородна съвкупност. С трите сумарни ефекта се изпълнява строгото условие за еднозначното (теоретично) решение на адитивния факторен анализ $\Delta P = P_1 - P_0 = E_p + E_q + E_{pq}$. Интерпретацията на този анализ обаче е по-трудна при разнородните съвкупности от интерпретацията на адитивния анализ за отделната стока. Трудността произлиза от възможната поява на сумарен съвместен ефект E_{pq}, алгебричният знак (математическият сигнум) на който може да съвпада само с алгебричния знак на единия от двата сумарни нетни ефекта или да е различен от алгебричните знаци и на двата ефекта. При голям брой на разнородните стоки, дори само някои от тях да бъдат със съвместни ефекти и с разнопосочни алгебрични знаци, винаги ще се получи един, макар и минимален, сумарен съвместен ефект за цялата разнородна съвкупност.

На следващ етап трите суми на ефектите се отнасят към сумата на продукциите на всички стоки в съвкупността от базисната година:

$$\sum_{i=1}^{n} P_{i0} = P_o$$

за да се получи относителната форма на адитивния факторен анализ за цялата разнородна съвкупност. Тази форма трябва да изпълнява същото строго условие за еднозначно (теоретично) решение на адитивния факторен анализ $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0}$. При този анализ се използва едно важно свойство, както при адитивния анализ на продукцията на отделната стока (Христов, 2015). То се отнася за всеки два взаимнообратими примера, които са с едни и същи данни, но с разменени места на базисната и отчетната година. За такива случаи се получават едни и същи сумарни ефекти, които са равни по абсолютна стойност, но са с обратни алгебрични знаци. Във връзка с това се решават шест примера, като всеки два от тях са взаимнообратими. Всеки пример се разглежда като разнородна съвкупност, която се състои от 4 или 6 различни стоки. От шестте случая се получават шест възможни комбинации на трите сумарни ефекта със следните алгебрични знаци на отделните ефекти: $\boldsymbol{E_p} > 0, \boldsymbol{E_q} < 0$ и $\boldsymbol{E_{pq}} > 0$; $\boldsymbol{E_p} < 0, \boldsymbol{E_q} > 0$ и$\boldsymbol{E_{pq}} < 0$; $\boldsymbol{E_p} > 0, \boldsymbol{E_q} > 0$ и $\boldsymbol{E_{pq}} < 0$; $\boldsymbol{E_p} < 0, \boldsymbol{E_q} < 0$ и $\boldsymbol{E_{pq}} > 0$; $\boldsymbol{E_p} > 0, \boldsymbol{E_q} > 0$ и $\boldsymbol{E_{pq}} >$ и последната комбинация, $\boldsymbol{E_p} < 0, \boldsymbol{E_q} < 0$ и $\boldsymbol{E_{pq}} < 0$.

Освен тези комбинации има и две комбинации без сумарни съвместни ефекти. Те са частни случаи, които много рядко се срещат в практиката, $\boldsymbol{E_p} > 0$ и $\boldsymbol{E_q} < 0$ или $\boldsymbol{E_p} < 0$ и $\boldsymbol{E_q} > 0$. В следващото изложение са представени най-напред решенията на адитивния факторен анализ на всеки пример със съответната комбинация на сумарните ефекти за разнородните съвкупности.

2.1. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията със сумарните ефекти $\mathrm{E}_p > 0, \boldsymbol{E_q} < 0$ и $\mathrm{E}_{pq} > 0$

Адитивният факторен анализ започва с този случай, защото примерът за него има пряка връзка с примерите за адитивния и индексния факторен анализ в предходната ми статия (Христов, 2015). Този пример е за разнородна съвкупност от 4 различни стоки, за всяка от които е извършен адитивен и индексен анализ в предходната статия. Данните за него и получените резултати от адитивния факторен анализ за отделните стоки са поместени в табл.1.

1. Цени и натурални количества на стоките и техните влияния върху изменението на обема на продукцията

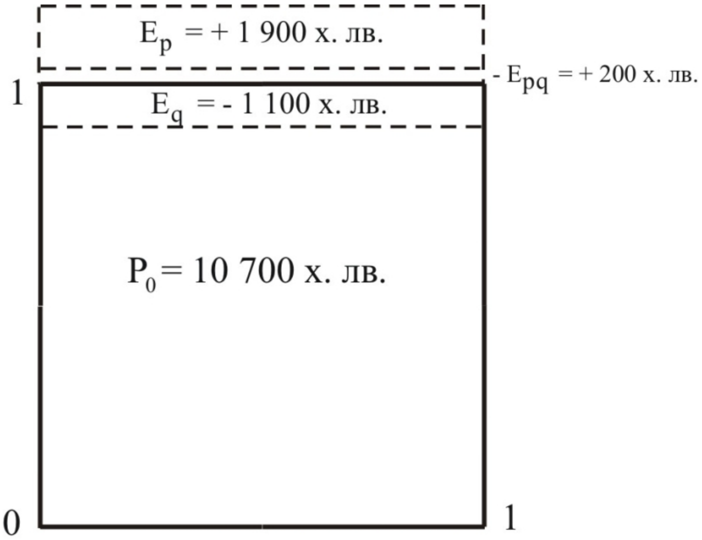
Стоки	Базисна година			Отчетна година			Ефекти от адитивния анализ			
	p_{i0} хил. лв.	q_{i0} бр.	$p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.	p_{i1} хил. лв.	q_{i1} бр.	$p_{i1}q_{i1}$ хил. лв.	$\Delta p_i q_{im}$ хил. лв.	$\Delta q_i p_{im}$ хил. лв.	$h_i \Delta p_i \Delta q_i$ хил. лв.	$p_{i1}q_{i1} - p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.
i	**1**	**2**	**3=1x2**	**4**	**5**	**6=4x5**	**7**	**8**	**9**	**10=7+8+9**
А	40	40	1600	80	50	4000	+1600	+400	+400	+2400
Б	60	50	3000	50	30	1500	-300	-1000	-200	-1500
В	50	50	2500	90	30	2700	+1200	-1000	-	+200
Г	60	60	3600	50	70	3500	-600	+500	-	-100
Общо	**53.5**	**200**	**10700**	**65.0**	**180**	**11700**	**+1900**	**-1100**	**+200**	**+1000**

В табл. 1 четирите стоки са означени с А, Б, В и Г както в предходната статия и всяка от тях се характеризира с един от четирите вида на едновременните факторни промени. Стоката А е с едновременни увеличения на цената и натуралното количество, докато стоката Б е с едновременни намаления на тези показатели. Останалите две стоки В и Г имат разнопосочни факторни промени, като стоката В е с увеличение на цената и намаление на натуралното количество, докато стоката Г е с обратни факторни промени - намаление на цената и увеличение на натуралното количество. В резултат на тези промени се получават ефектите за отделните стоки, които са представени в колони 7, 8 и 9 на табл. 1. Сумарните ефекти за цялата разнородна съвкупност показват, че общо продукцията се е увеличила с $\Delta P = P_1 - P_0 = 1000$ хил. лв., в т.ч. само от промените на цените на отделните стоки с $E_p = 1900$ хил. лв., намаляла е с $E_q = 1100$ хил. лв. само от промените на натуралните количества и се е увеличила с $E_{pq} = 200$ хил. лв. само от преобладаващото влияние на едновременните увеличения на цената и натуралното количество на стоката А в сравнение с едновременните намаления на цената и натуралното количество на стоката Б. Другите две стоки В и Г нямат съвместни ефекти. Най-големите приноси за увеличението на продукцията са на стоките А и В от увеличенията на техните цени, докато най-големите намаления на продукцията са на стоките Б и Г от намаленията на техните натурални количества (табл. 1, кол. 7 и 8). Положителният съвместен сумарен ефект произлиза от по-голямото увеличение на цената на стоката А в сравнение с по-малкото намаление на натуралното количество на стоката Б. Сумарните ефекти изпълняват условието за еднозначното решение на адитивния факторен анализ $E_p + E_q + E_{pq} = \Delta P$, защото 1900 + (-1100) + 200 = 1000 хил. лева. Другите сумарни приноси са общи за всяка отделна стока и показват в колона 10 на табл. 1, че за увеличението на продукцията на цялата разнородна съвкупност най-голям е приносът на първата стока А, защото $\Delta P_1 = 2400$ хил. лева. От друга страна, най-голям принос за намалението на продукцията е на втората стока Б, защото $\Delta P_2 = -1500$ хил. лева.

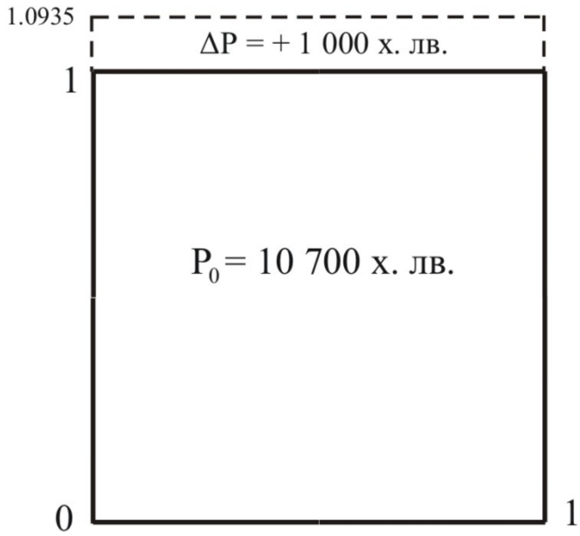
Относителните сумарни ефекти спрямо базисния обем на цялата продукция $P_0 = 10700$ хил. лв. изпълняват известното условие за еднозначното решение на адитивния анализ $\frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0} = \frac{\Delta P}{P_0}$. С числата от примера $\frac{1900}{10700} - \frac{1500}{10700} + \frac{200}{10700} = \frac{1000}{10700}$, или 0.1776 + (-0.1028) + 0.0187 = 0.0935. Получените относителни сумарни ефекти показват, че само от преобладаващите увеличения на цените на различните стоки продукцията се е увеличила със 17.76%, само от преобладаващите намаления на натуралните количества тя е намаляла с 10.28% и само от преобладаващите съвместни увеличения на цените и натуралните количества на двете стоки А и Б тя е нараснала много малко - с 1.87%.

Решението на примера със сумарните ефекти е представено графично на фиг. 1а и 1б. Те са равни по площ и показват приблизително пропорционално величините на отделните ефекти.

Фиг. 1. Сумарни ефекти от адитивния факторен анализ на първия пример



Фиг. 1а



Фиг. 1б

На фиг. 1а и 1б базисният обем на продукцията от цялата разнородна съвкупност на стоките $P_0 = 10700$ хил. лв. се приема за единица и е представен с квадрат. Катетите на този квадрат са приети за единици и всеки сумарен ефект е нанесен на фиг. 1а като относителен дял спрямо площта на квадрата, равна на единица. Следователно фиг. 1а показва както отделните сумарни ефекти в паричен израз E_p, E_q и E_{pq}, така и техните относителни стойности $\frac{E_p}{P_0}, \frac{E_q}{P_0}$ и $\frac{E_{pq}}{P_0}$ спрямо базисния обем на продукцията P_0. Най-подходящият ред за нанасяне на отделните ефекти на фиг. 1а е да се започне със съвместния ефект $\frac{E_{pq}}{P_0}$. Ако той е отрицателен, ще бъде намалена пропорционална част от площта на квадрата, а ако е положителен, ще бъде пропорционална част от площта на квадрата, разположена над него. След това според алгебричния знак и размера на площта на съвместния ефект се нанася отрицателният нетен ефект също като намалена пропорционална част от площта на квадрата, или положителният нетен ефект също като пропорционална част, разложена над квадрата. В този ред могат да се представят графично и другите случаи с различни алгебрични знаци на ефектите. Тъй като алгебричната сума на сумарните ефекти E_p, E_q и E_{pq} е равна на увеличението на обема на продукцията от цялата разнородна съвкупност $\Delta P = P_1 - P_0 = 1000$ хил. лв., втората фиг. 1б е равна по площ на фиг. 1а. Тя представя ΔP както в паричен израз, така и като относителен прираст $\frac{\Delta P}{P_0}$. По този начин фиг. 1б изразява графично важното условие за еднозначното (теоретично) решение на адитивния и индексния факторен анализ $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0}$. Обобщено, предлагам подобно графично представяне и на останалите примери за адитивен факторен анализ при разнородните съвкупности. Следващото обобщение е за случаите, когато броят на разнородните стоки е много голям, примерно ако са десетки, стотици и дори хиляди, те трябва да се групират по подходящи признаци. Единият от тези признаци трябва да бъде величината на всеки ефект за всяка i-та стока $\Delta P_{pi,} \Delta P_{qi}$ и ΔP_{pqi} във всяка j – та група. Тогава анализът може да се извършва по групи стоки и отделно във всяка група за всички важни стоки.

2.2. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията със сумарните ефекти $E_p < 0$, $E_q > 0$ и $E_{pq} < 0$

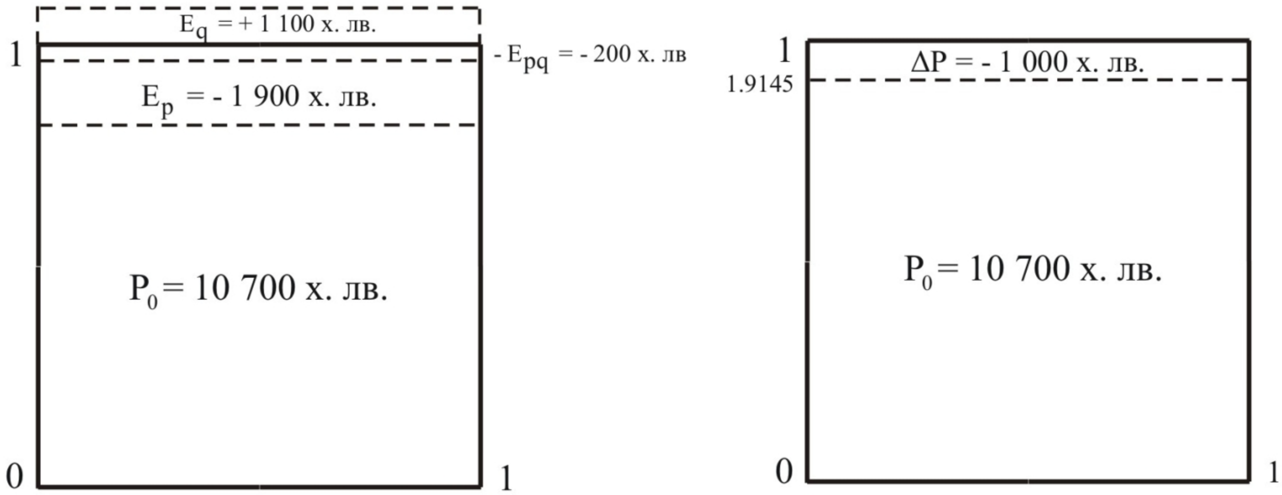
Следващият случай е със същите данни за четирите разнородни стоки както в предходния случай, но при разменени места на базисната и отчетната година (табл. 2). За такива случаи може да се използва **свойството** на адитивния факторен анализ, според което всички ефекти са равни по абсолютна стойност, но са с обратни алгебрични знаци (Христов, 2015). Потвърждение на това свойство е настоящият случай, който се характеризира с намаление на продукцията $\Delta P = P_1 - P_0 = 10700 - 11700 = -1000$ хил. лева. Сумарните ефекти изпълняват условието за еднозначно решение на адитивния факторен анализ $E_p + E_q + E_{pq} = \Delta P$, защото $(-1900) + 1100 + (-200) = -1000$ хил. лева. Приносите на ефектите с обратните алгебрични знаци на отделните стоки са същите по абсолютна стойност както в предходния случай и поради това се предоставят за коментар на читателя. Изходните данни за разглеждания пример са поместени в табл. 2.

2. Цени и натурални количества на стоките и техните влияния върху изменението на обема на продукцията

Стоки	Базисна година			Отчетна година			Ефекти от адитивния анализ			
	p_{i0} хил. лв.	q_{i0} бр.	$p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.	p_{i1} хил. лв.	q_{i1} бр.	$p_{i1}q_{i1}$ хил. лв.	$\Delta p_i q_{im}$ хил. лв.	$\Delta q_i p_{im}$ хил. лв.	$h_i \Delta p_i \Delta q_i$ хил. лв.	$p_{i1}q_{i1} - p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.
i	**1**	**2**	**3=1x2**	**4**	**5**	**6=4x5**	**7**	**8**	**9**	**10=7+8+9**
1	80	50	4000	40	40	1600	-1600	-400	-400	-2400
2	50	30	1500	60	50	3000	+300	+1000	+200	+1500
3	90	30	2700	50	50	2500	-1200	+1000	-	-200
4	50	70	3500	60	60	3600	+600	_500	-	+100
Общо	**65.0**	**180**	**11700**	**53.5**	**200**	**10700**	**-1900**	**+1100**	**-200**	**-1000**

Разглежданият случай е представен графично на фиг. 2.

Фиг. 2. Сумарни ефекти от адитивния факторен анализ на втория пример



Фиг. 2а **Фиг. 2б**

Интерпретацията на тези резултати от анализа е, че само от преобладаващото намаление на цените продукцията на цялата разнородна съвкупност на стоките е намаляла с -16.24%, докато само от преобладаващото увеличение на натуралните количества, тя се е увеличила с 9.40%. Само от преобладаващите съвместни намаления на цените и натуралните количества продукцията е намаляла много слабо - с -1.71%, откъдето нейното общо намаление е с -8.55%.

Следващите много важни показатели от адитивния факторен анализ са сумарните относителни ефекти $\frac{E_p}{P_0} = \frac{-1900}{11700} = -0.1624$, $\frac{E_q}{P_0} = \frac{1100}{11700} = 0.0940$ и $\frac{E_{pq}}{P_0} = \frac{-200}{11700} = -0.0171$. Общото относително намаление на продукцията е $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{-1000}{11700} = -0.0855$, или тя е намаляла с 8.55%. Сумата на сумарните относителни ефекти потвърждава условието за еднозначно решение на адитивния факторен анализ при разнородните съвкупности, защото $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{-E_{pq}}{P_0} = -0.1624 + 0.0940 + (-0.0171) = -0.0855$.

2.3. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията със сумарните ефекти $\boldsymbol{E_p > 0, E_q > 0}$ и $\boldsymbol{E_{pq} < 0}$

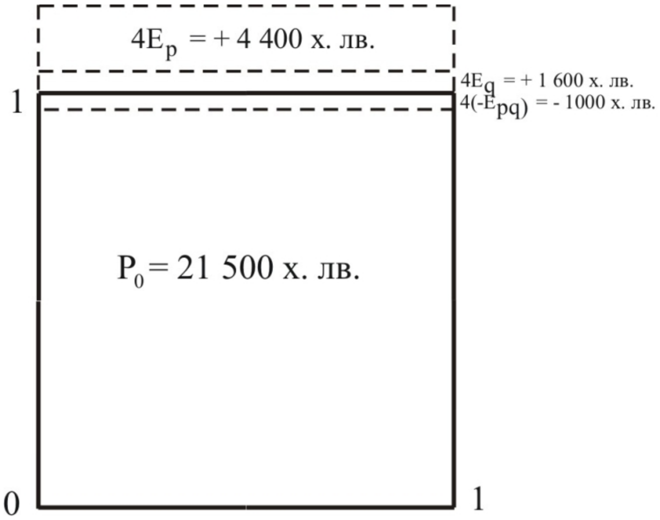
Следващите два случая са с **преобладаващи** еднопосочни факторни промени на цените и натуралните количества на разнородните стоки, от които двата сумарни нетни ефекта E_p и E_q са с еднакви алгебрични знаци (положителни или отрицателни). За разлика от тях сумарният съвместен ефект E_{pq} е с различен знак (отрицателен или положителен). Тъй като са с преобладаващи еднопосочни факторни промени, двата случая по мое мнение са **преходни** към следващите два случая, при които и трите сумарни ефекта на всеки от тях са с еднакви знаци (положителни или отрицателни). Тук се извършва адитивен факторен анализ само на случая със сумарните ефекти $E_p > 0, E_q > 0$ и $E_{pq} < 0$. Данните за него са поместени в табл. 3.

3. Цени и натурални количества на стоките и техните влияния върху изменението на обема на продукцията

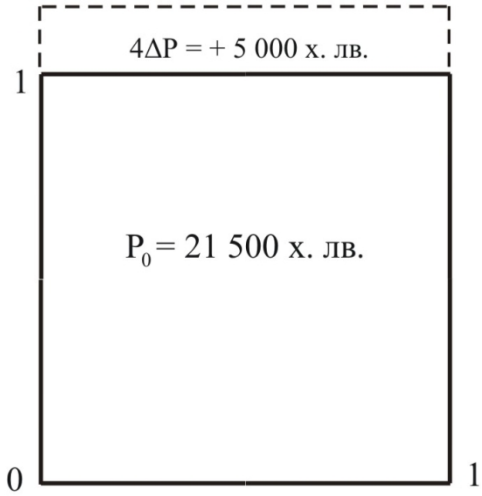
Стоки	Базисна година			Отчетна година			Ефекти от адитивния анализ			
	p_{i0} хил. лв.	q_{i0} бр.	$p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.	p_{i1} хил. лв.	q_{i1} бр.	$p_{i1}q_{i1}$ хил. лв.	$\Delta p_i q_{im}$ хил. лв.	$\Delta q_i p_{im}$ хил. лв.	$h_i \Delta p_i \Delta q_i$ хил. лв.	$p_{i1}q_{i1} - p_{i0}q_{i0}$ хил. лв
i	**1**	**2**	**3=1x2**	**4**	**5**	**6=4x5**	**7**	**8**	**9**	**10=7+8+9**
1	90	90	8100	100	100	10000	+900	+900	+100	+1900
2	80	80	6400	90	85	7650	+800	+400	+50	+1250
3	80	50	4000	60	35	2100	-700	-900	-300	-1900
4	40	20	800	30	10	300	-100	-300	-100	-500
5	20	30	600	60	20	1200	+800	-200	-	+600
6	80	20	1600	50	30	1500	-600	+500	-	-100
Общо	**74.138**	**290**	**21500**	**81.250**	**280**	**22750**	**+1100**	**+400**	**-250**	**+1250**

Примерът се състои от 6 разнородни стоки, всяка от които се характеризира с една от четирите вида факторни промени на цените и натуралните количества. Първите две стоки са с едновременни увеличения на цените и натуралните количества, следващите две (третата и четвъртата) са с едновременни намаления на цените и натуралните количества, докато последните две стоки (петата и шестата) са с разнопосочни факторни промени. Целта на този пример е двата нетни сумарни ефекта E_p и E_q да бъдат положителни величини, а сумарният съвместен ефект E_{pq} да бъде отрицателна величина. В резултат на различните факторни промени резултативните сумарни ефекти са $E_p = 1100$ хил. лв., $E_q = 400$ хил. лв. и $E_{pq} = -250$ хил. лв. (табл. 3, кол. 7, 8 и 9). С тях увеличението на общата продукция за цялата разнородна съвкупност е $\Delta P = P_1 - P_0 = 22750 - 21500 = 1250$ хил. лв. (кол. 10). С тези резултати е изпълнено условието за еднозначно решение на адитивния факторен анализ $E_p + E_q + E_{pq} = \Delta P$, защото $1100 + 400 - 250 = 1250$ хил. лева. Всички ефекти за разглеждания случай са представени на фиг. 3.

Фиг. 3. Сумарни ефекти от адитивния факторен анализ на третия пример



Фиг. 3а



Фиг. 3б

За разлика от фигурите на предходните примери фигурите за третия пример са само символични, защото площите за сумарните ефекти не са пропорционални на площта за базисния обем на продукцията P_0 на разнородната съвкупност. Причината е, че ефектите са много малки величини, но които са реални, ако се допусне, че са получени от данни за две съседни години. С цел да се възприемат по-лесно, сумарните ефекти са увеличени четири пъти спрямо площта за базисния обем на продукцията P_0.

По-нататъшният анализ е за приносите на отделните стоки в сумарните ефекти, който читателят може сам да извърши. Следващите показатели са относителните величини за увеличението на продукцията $\frac{\Delta P}{P_0}$ и за сумарните ефекти $\frac{E_p}{P_0}, \frac{E_q}{P_0}$ и $\frac{E_{pq}}{P_0}$. С $\Delta P = 1250$ хил. лв. относителното увеличение на продукцията е $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{1250}{21500} = 0.0581$, или тя е нараснала с 5.81%. Съответните сумарни относителни ефекти от адитивния факторен анализ са $\frac{E_p}{P_0} = \frac{1100}{21500} = 0.0512$, $\frac{E_q}{P_0} = \frac{400}{21500} = 0.0186$ и $\frac{E_{pq}}{P_0} = \frac{-250}{21500} = -0.0116$, с които е изпълнено условието $\frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} - \frac{E_{pq}}{P_0} = 0.0512 + 0.0186 - 0.0116 = 0.0582 \approx 0.0581$. Тяхната интерпретация е, че от преобладаващите увеличения на цените и на натуралните количества на разнородните стоки продукцията се е увеличила съответно с 5.12 и 1.86%. В сравнение с тях преобладаващите съвместни намаления на цените и натуралните количества са влияели за нейното намаление с -1.16%.

2.4. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията със сумарните ефекти $E_p < 0, E_q < 0$ и $E_{pq} > 0$

Този случай е обратен на предходния, защото е получен със смяна на местата на базисната и отчетната година в табл. 3. Данните за него са представени в табл. 4.

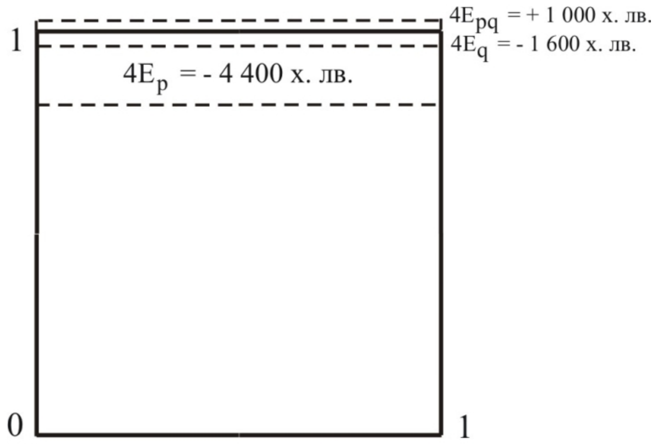
4. Цени и натурални количества на стоките и техните влияния върху изменението на обема на продукцията

Стоки	Базисна година			Отчетна година			Ефекти от адитивния анализ			
	p_{i0}	q_{i0}	$p_{i0}q_{i0}$	p_{i1}	q_{i1}	$p_{i1}q_{i1}$	$\Delta p_i q_{im}$	$\Delta q_i p_{im}$	$h_i \Delta p_i \Delta q_i$	$p_{i1}q_{i1} - p_{i0}q_{i0}$
	хил. лв.	бр.	хил. лв.	хил. лв.	бр.	хил. лв.	хил. лв.	хил. лв.	хил. лв.	хил. лв
i	**1**	**2**	**3=1x2**	**4**	**5**	**6=4x5**	**7**	**8**	**9**	**10=7+8+9**
1	100	100	10000	90	90	8100	-900	-900	-100	=1900
2	90	85	7650	80	80	6400	-800	-400	-50	-1250
3	60	35	2100	80	50	4000	+700	+900	+300	+1900
4	30	10	300	40	20	800	+100	+300	+100	+500
5	60	20	1200	20	30	600	-800	+200	-	-600
6	50	30	1500	80	20	1600	+600	-500	-	+100
Общо	**81.250**	**280**	**22750**	**74.138**	**290**	**21500**	**-1100**	**-400**	**+250**	**-1250**

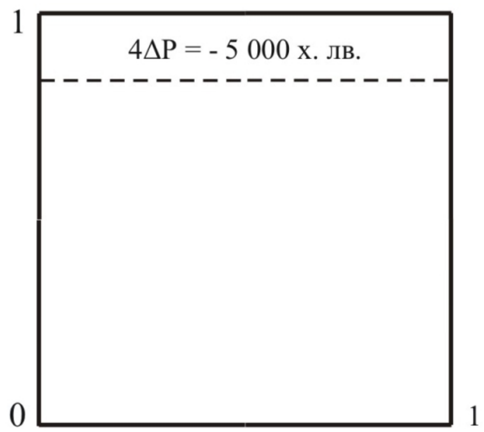
Поради взаимната обратимост на двата примера в табл. 3 и 4 данните и резултатите от адитивния факторен анализ в табл. 4 са същите по абсолютна стойност както в табл. 3, но са с обратни алгебрични знаци. По тази причина техният коментар и интерпретация предоставям също на читателя. Тук ще отбележа само крайните резултати от изменението на продукцията $\Delta P = P_1 - P_0 = -1250$ хил. лв. и за сумарните ефекти $E_p = -1100$ хил. лв., $E_q = -400$ хил. лв. и E_{pq} =250 хил. лева. С тях е изпълнено условието за еднозначно решение на адитивния факторен анализ, защото $E_p + E_q + E_{pq} = \Delta P$. С данните за ефектите сумата е $(-1100) + (-400) + 250 = -1250$ хил. лева.

Следващите сумарни показатели са относителните спрямо базисния обем на продукцията. Нейното изменение е $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-1250}{22750} = -0.0549$, или продукцията е намаляла с 5.49%. Относителните сумарни ефекти са $\frac{E_p}{P_0} = \frac{-1100}{22750} = -0.0484$, $\frac{E_q}{P_0} = \frac{-400}{22750} = -0.0176$ и $\frac{E_{pq}}{P_0} = \frac{250}{22750} = 0.0110$, откъдето $\frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0} = -0.0484 + (-0.0176) + 0.0110 = -0.0550.$ Разликата с $\frac{\Delta P}{P_0} = -0.0549$ се дължи на закръгления. Анализираният случай е представен графично на фиг. 4.

Фиг. 4. Сумарни ефекти от адитивния факторен анализ на четвъртия пример



Фиг. 4а



Фиг. 4б

Подобно на символичната фиг. 3 и фиг. 4 е символична, защото поради малките величини на сумарните ефекти техните площи не са пропорционални на площта за базисния обем на продукцията P_0. Увеличените четири пъти площи на сумарните ефекти дават обаче добра визуална представа за техните различия.

Анализираният случай в предходната точка 2.3 е с два нетни положителни ефекта $E_p > 0, E_q > 0$ и отрицателен съвместен ефект $E_{pq} > 0$. Разглежданият случай в настоящата точка 2.4 е обратен с два нетни отрицателни ефекта Ep < 0 и Eq < 0, и положителен съвместен ефект $\boldsymbol{E_{pq} > 0}$**.** Освен тези случаи с двата нетни ефекта, които имат еднакви положителни или отрицателни знаци, на практика могат да възникнат други два взаимнообратими случая също с два положителни или отрицателни ефекта: Първият от тях е с положителен нетен структурен ефект Eq > 0, положителен съвместен ефект Epq > 0 и отрицателен нетен ефект Ep < 0. Вторият случай е обратен на първия и е с отрицателен нетен структурен ефект Eq < 0, отрицателен съвместен ефект Epq < 0 и положителен нетен ефект Ep > 0. С цел да не се претоварва статията за тези случаи не са съставени примери. Ако читателят желае, може сам да състави такива с произволен брой разнородни стоки. За техните решения няма никакъв проблем, защото и трите сумарни ефекта се определят също със знаковата функция на математическия сигнум.

2.5. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията със сумарните ефекти $E_p > 0, E_q > 0$ и $\boldsymbol{E_{pq} > 0}$

Следващите два примера са за адитивен факторен анализ на случаите също с преобладаващи еднопосочни факторни промени, при които обаче и трите сумарни ефекта

E_p, E_q и E_{pq} са с еднакви положителни или отрицателни алгебрични знаци. Двата примера са съставени с 4 разнородни стоки, всяка от които е с един от четирите вида факторни промени. Данните за първия пример са поместени в табл. 5 и се характеризират с три сумарни положителни ефекта $E_p > 0, E_q > 0$ и $E_{pq} > 0$.

5. Цени и натурални количества на стоките и техните влияния върху изменението на обема на продукцията

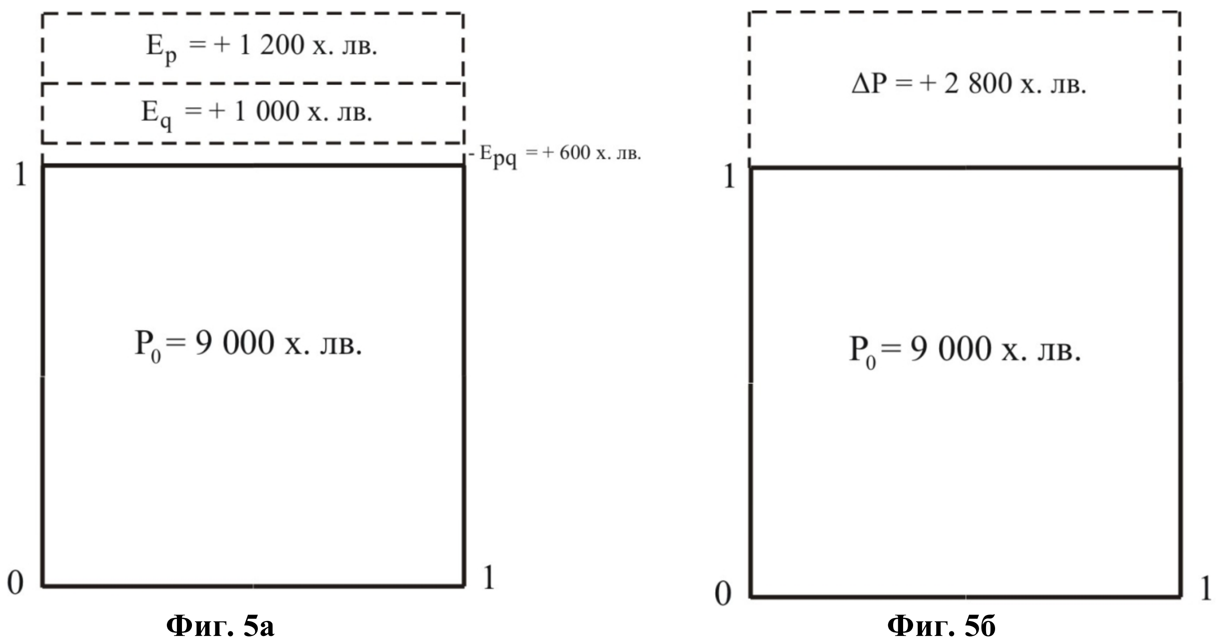
Стоки	Базисна година			Отчетна година			Ефекти от адитивния анализ			
	p_{i0} хил. лв.	q_{i0} бр.	$p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.	p_{i1} хил. лв.	q_{i1} бр.	$p_{i1}q_{i1}$ хил. лв.	$\Delta p_i q_{im}$ хил. лв.	$\Delta q_i p_{im}$ хил. лв.	$h_i \Delta p_i \Delta q_i$ хил. лв.	$p_{i1}q_{i1} - p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.
i	**1**	**2**	**3=1x2**	**4**	**5**	**6=4x5**	**7**	**8**	**9**	**10=7+8+9**
1	40	40	1600	80	60	4800	+1600	+800	+800	+3200
2	60	50	3000	40	40	1600	-800	-400	-200	-1400
3	40	50	2000	60	40	2400	+800	-400	-	+400
4	60	40	2400	50	60	3000	-400	+1000	-	+600
Общо	**50**	**180**	**9000**	**59**	**200**	**11800**	**+1200**	**+1000**	**+600**	**+2800**

Общото увеличение на продукцията от цялата разнородна съвкупност на стоките през отчетната спрямо базисната година е $\Delta P = P_1 - P_0 = 2800$ хил. лева. Първата стока в табл. 5 се характеризира с едновременни увеличения на цената и натуралното количество, докато втората стока е с едновременни по-малки намаления на двата факторни показателя. Или общо първата и втората стока са с еднопосочни факторни промени. Третата стока е с увеличение на цената и намаление на натуралното количество, докато четвъртата стока е с обратни факторни промени - намаление на цената и увеличение на натуралното количество. Или общо третата и четвъртата стока са с разнопосочни факторни промени. Сумата на нетните ефекти за отделните стоки само от промените на техните цени е E_p= 1200 хил. лв., другата сума на нетните ефекти само от промените на натуралните количества на стоките е E_q= 1000 хил. лв., а сумата на съвместните ефекти само от еднопосочните факторни промени на първата и втората стока възлиза на E_{pq}= 600 хил. лева. Общата сума на трите сумарни ефекта е $E_p + E_q + E_{pq}$ = 1200 + 1000 + 600 = 2800 хил. лв., която потвърждава условието за еднозначно решение на адитивния факторен анализ. Приносите на отделните стоки за първия сумарен ефект E_p = 1200 хил. лв. са двата положителни ефекта ΔP_{p1} = 1600 хил. лв. на първата стока и ΔP_{p3} = 800 хил. лв. на третата стока. Другите два ефекта са по-малки и отрицателни ΔP_{p2} = –800 хил. лв и ΔP_{p4} = –400 хил. лева. Приносите в другия нетен сумарен ефект E_q =

1000 хил. лв. са двата по-големи положителни ефекта ΔP_{q1} = 800 хил. лв. на първата стока и ΔP_{q4} = 1000 хил. лв. на четвъртата стока, докато втората и третата стока са с отрицателни ефекти от (−400) хил. лева. Сумарният съвместен ефект E_{pq} = 600 хил. лв. е образуван от големия положителен прираст ΔP_{pq1} = 800 хил. лв. на първата стока и отрицателния по-малък ефект от –200 хил. лв. на втората стока. Общо първата стока със своите положителни ефекти има най-голям принос ΔP_1 = 3200 хил. лв. за увеличението на продукцията на цялата разнородна съвкупност ΔP = 2800 хил. лв., докато втората стока е с по-малък отрицателен принос от ΔP_2 = –1400 хил. лева. Останалите две стоки - третата и четвъртата, са с още по-малки положителни приноси, съответно ΔP_3 = 400 хил. лв. и ΔP_4 = 600 хил. лева.

Следващите относителни показатели спрямо базисния обем на продукцията P_0 са за нейния прираст $\frac{\Delta P}{P_0}$ и за сумарните относителни ефекти $\frac{E_p}{P_0}$, $\frac{E_q}{P_0}$ и $\frac{E_{pq}}{P_0}$. Относителният прираст на продукцията е $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{2800}{9000}$ = 0.3111, или тя е нараснала с 31.11%. Сумарните относителни ефекти са $\frac{E_p}{P_0} = \frac{1200}{9000} = 0.1333$, $\frac{E_q}{P_0} = \frac{1000}{9000} = 0.1111$ и $\frac{E_{pq}}{P_0} = \frac{600}{9000} = 0.0667$. Тяхната сума $\frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0}$ = 0.1333 + 0.1111 + 0.0667 е равна на относителния прираст на продукцията $\frac{\Delta P}{P_0}$ = 0.3111. Разглежданият случай е представен графично на фиг. 5.

Фиг. 5. Сумарни ефекти от адитивния факторен анализ на петия пример



Фиг. 5а **Фиг. 5б**

Еднаквият положителен знак на съвместния ефект E_{pq} = +0.0667 с положителните знаци на двата нетни ефекта $\mathrm{E_p}$ и $\mathrm{E_q}$ открива възможността да се разпредели този ефект точно пропорционално между двата нетни ефекта. Точното разпределяне може да се извърши с индексен метод, който ще бъде представен и приложен с тези ефекти в следваща статия за индексния факторен анализ на продукцията от еднородни и разнородни съвкупности. Тук ще се задоволим с интерпретацията само на трите точни ефекта $\mathrm{E_p}$, $\mathrm{E_q}$ и E_{pq}, която е подобна на интерпретацията на трите ефекта от различните факторни промени на предходните примери. Само от преобладаващите увеличения на цените продукцията се е увеличила с 13.33%, докато само от преобладаващите увеличения на натуралните количества на разнородните стоки, тя е нараснала с 11.11%. Отделно от тези прирасти продукцията е нараснала с още 6.67% само от преобладаващите съвместни увеличения на цените на натуралните количества на стоките.

2.6. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията със сумарните ефекти $\boldsymbol{E_p < 0, E_q < 0}$ и $\boldsymbol{E_{pq} < 0}$

Следващият случай е обратен на предходния с трите положителни сумарни ефекта, защото тук те са отрицателни. Този случай, в който участват цени на разнородни стоки, е много рядък на практика, но трябва да се включи в **общото** (теоретично) решение. Данните за него са поместени в табл. 6.

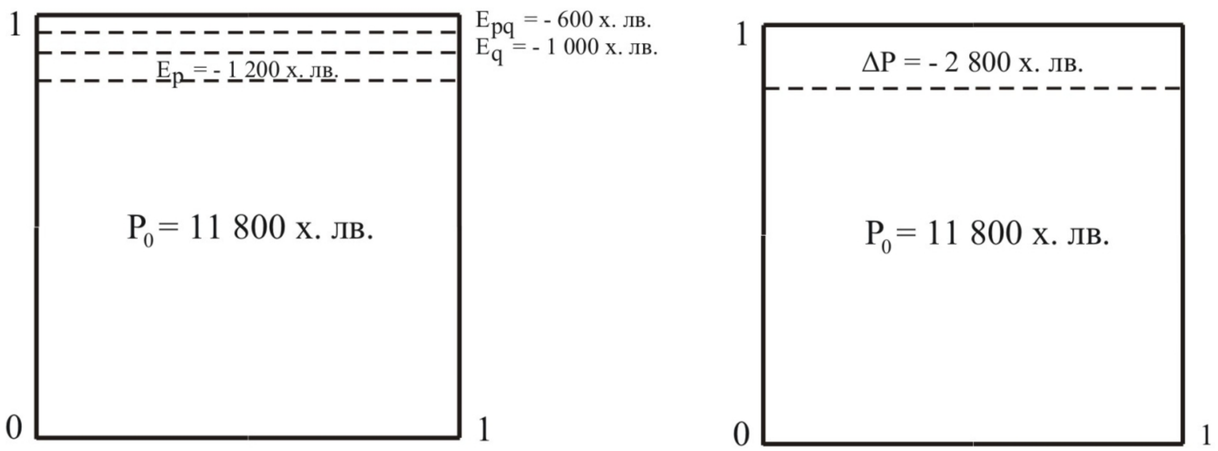
6. Цени и натурални количества на стоките и техните влияния върху изменението на обема на продукцията

Стоки	Базисна година p_{i0} хил. лв.	q_{i0} бр.	$p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.	Отчетна година p_{i1} хил. лв.	q_{i1} бр.	$p_{i1}q_{i1}$ хил. лв.	Ефекти от адитивния анализ $\Delta p_i q_{im}$ хил. лв.	$\Delta q_i p_{im}$ хил. лв.	$h_i \Delta p_i \Delta q_i$ хил. лв.	$p_{i1}q_{i1} - p_{i0}q_{i0}$ хил. лв.
i	**1**	**2**	**3=1x2**	**4**	**5**	**6=4x5**	**7**	**8**	**9**	**10=7+8+9**
1	80	60	4800	40	40	1600	-1600	-800	-800	-3200
2	40	40	1600	60	50	3000	+800	+400	+200	+1400
3	60	40	2400	40	50	2000	-800	+400	-	-400
4	50	60	3000	60	40	2400	+400	-1000	-	-600
Общо	**59**	**200**	**11800**	**50**	**180**	**9000**	**-1200**	**-1000**	**-600**	**-2800**

Изходните сумарни показатели в табл. 6 са за намаление на продукцията $\Delta\mathrm{P} = \mathrm{P_1} - \mathrm{P_0} = -2800$ хил. лв. и за сумарните отрицателни ефекти $\mathrm{E_p} = -1200$ хил. лв., $E_q = -1000$ хил. лв. и $\mathrm{E}_{pq} = -600$ хил. лева. Тяхната сума е $\mathrm{E_p} + E_q + \mathrm{E}_{pq} = -1200 + (-1000) + (-600) = -2800$ хил. лв., която изпълнява условието за еднозначно решение на адитивния факторен анализ. Тъй като разглежданият случай е обратен на предходния с трите положителни сумарни ефекта, всички приноси на отделните стоки в табл. 6 са точно същите както в предходната табл. 5, но са с обратни алгебрични знаци. По тази причина техният коментар предоставям на читателя.

Следващите показатели за относителното намаление на продукцията и за сумарните ефекти са съответно $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-2800}{11800} = -0.2373$, $\frac{E_p}{P_0} = \frac{-1200}{11800} = -0.1017$, $\frac{E_q}{P_0} = \frac{-1000}{11800} = -0.0848$ и $\frac{E_{pq}}{P_0} = \frac{-600}{11800} = -0.0508$. Тяхната сума е точно равна на относителното намаление на продукцията $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0} = -0.1017 + (-0.0848\,) + (-0.0508) = -0.2373$, или тя е намаляла с 23.73%. Примерът в табл. 6 е представен графично на фиг. 6.

Фиг. 6. Сумарни ефекти от адитивния факторен анализ на шестия пример



Фиг. 6а **Фиг. 6б**

Тъй като този пример е с три отрицателни ефекта, съвместният E_{pq}= -600 хил. лв. може да бъде разпределен също точно между двата нетни ефекта с индексен метод в следваща статия за индексния анализ, както положителния ефект от примера в предходната точка 2.5. По тази причина тук интерпретацията е на трите отделни относителни ефекта:

Само от преобладаващите намаления на цените продукцията е намаляла с -10.17%, докато само от преобладаващите намаления на натуралните количества на разнородните стоки продукцията е намаляла с -8.48%. Освен това тя е намаляла с още -5.08% само от преобладаващите съвместни намаления на цените и натуралните количества на стоките.

3. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията при еднородна съвкупност на една стока от промени на нейната средна цена и натурално количество

Освен с разнородни съвкупности, които се срещат главно в икономиката, статистиката работи и с еднородни съвкупности в икономиката, социалната сфера и демографията. Тук не се взема отношение за съвкупностите от другите области на знанието, където се прилага статистика. Според определението на еднородна съвкупност в началото на настоящата статия тя е крайно множество от заменяеми единици (стоки), където всяка стока е зададена със своята средна цена $\overline{p_i}$ и натурално количество q_i. Когато данните за стоката се отнасят за даден период, например година, тримесечие или месец, и ако нейната цена е променлива в рамките на периода, тя трябва да бъде средна хронологична за целия период. Различаването на съвкупностите в икономиката като еднородни и разнородни има решаващо значение за статистическия анализ, защото методиките за адитивния и индексния факторен анализ са **различни** за двата вида съвкупности. Определянето на една съвкупност като еднородна или разнородна трябва да се извършва преди всеки анализ и е чисто икономическа, а не математическа задача. Едва след като се определи и приеме видът на съвкупността, се прилага съответната методика за адитивен и индексен факторен анализ, както и съответните методики за всякакви други статистически анализи (дисперсионен, многофакторен, иконометричен и други).

Анализът на продукцията на еднородната съвкупност има предимства пред анализа с разнородната съвкупност. Най-голямото предимство е, че анализът започва със средната цена на всички стоки в еднородната съвкупност, която е претеглена средна от индивидуалните цени на отделните стоки, нещо, което не е възможно за стоките от разнородната съвкупност. Всеки анализ на разликата на средни величини е вариационен и може да се развие до дисперсионен анализ на математическата статистика. Тук е необходимо да се отбележи, че всяка стока и нейната еднородна съвкупност може да се срещне на всички агрегационни нива на икономиката - от най-ниското микроравнище като едноличната фирма, отделното домакинство, стопанство и други до макроравнище за цялата страна, други страни, икономически общности и целия свят. Следователно адитивният и индексният факторен анализ са съществено различни за еднородните и разнородните съвкупности. Общото между тях е само анализът на продукцията на отделната стока, която може да участва както в еднородна, така и в разнородна съвкупност на стоките.

Данните за стоките на една еднородна съвкупност се задават в агрегиран и в групиран вид. В агрегиран вид те се задават само със средната цена $\overline{p}$ на един екземпляр на стоките и с общото натурално количество на всички екземпляри $\boldsymbol{Q}$ в еднородната съвкупност. Адитивният и индексният факторен анализ на обема на продукцията на всяка еднородна съвкупност от стоки, която е с данни в агрегиран вид, се извършват с известните формули за тези анализи на продукцията на отделната стока (Христов, 2015). Условията и ефектите от адитивния факторен анализ са следните:

При $\Delta_{\bar{p}} > 0$ и $\Delta Q > 0$, $\Delta \boldsymbol{P} = \Delta \boldsymbol{P}_{\bar{p}} + \Delta \boldsymbol{P}_{Q} + \Delta P_{\bar{p}Q}$; при $\Delta_{\bar{p}} < 0$ и $\Delta Q < 0$, $\Delta \boldsymbol{P} = -\Delta \boldsymbol{P}_{\bar{p}} - \Delta \boldsymbol{P}_{Q} - \Delta P_{\bar{p}Q}$; при $\Delta_{\bar{p}} > 0$ и $\Delta Q < 0$, $\Delta \boldsymbol{P} = \Delta \boldsymbol{P}_{\bar{p}} - \Delta \boldsymbol{P}_{Q}$ и при $\Delta_{\bar{p}} < 0$ и $\Delta Q > 0$,$\Delta \boldsymbol{P} = -\Delta \boldsymbol{P}_{\bar{p}} + \Delta \boldsymbol{P}_{Q}$, където $\Delta_{\bar{p}} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$ и $\Delta \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_1 - \boldsymbol{Q}_0$.

Отделните ефекти се определят също със знаковата функция на математическия сигнум $\boldsymbol{h}$ в равенствата:

$$\Delta \boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_1 - \boldsymbol{P}_0 = \Delta \boldsymbol{P}_{\bar{p}} + \Delta \boldsymbol{P}_{Q} + \Delta P_{\bar{p}Q} = \Delta_{\bar{p}} \times \boldsymbol{Q}_{min} + \Delta \boldsymbol{Q} \times \bar{p}_{min} + \boldsymbol{h}\Delta\bar{p}\Delta \boldsymbol{Q},$$

където:

$Q_{min} = Q_0$ при $Q_1 > Q_0$ или $Q_{min} = Q_1$ при $Q_1 < Q_0$,

$\bar{p}_{min} = \bar{p}_0$ при $\bar{p}_1 > \bar{p}_0$ или $\bar{p}_{min} = \bar{p}_1$ при $\bar{p}_1 < \bar{p}_0$,

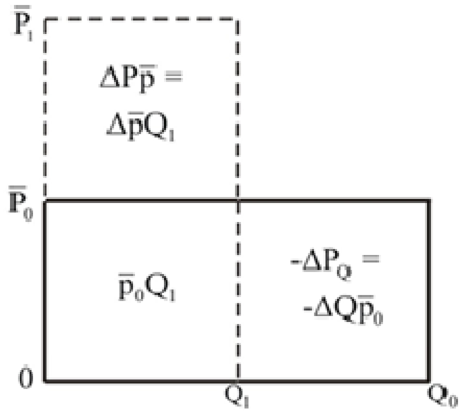
$\Delta P_{\bar{p}Q} = h\Delta\bar{p}\Delta Q = \Delta\bar{p}\Delta Q$ при $h = +1$, ако $\Delta_{\bar{p}} > 0$ и $\Delta Q > 0$; $\Delta P_{\bar{p}Q} = h \times (-\Delta p)(-\Delta Q) = -\Delta\bar{p}\Delta Q$, при $h = -1$, ако $\Delta_{\bar{p}} < 0$ и $\Delta Q < 0$, и $\Delta\bar{p}\Delta Q = h\Delta\bar{p}\Delta Q = 0$ при $h = 0$, ако $\Delta_{\bar{p}} > 0$ и $\Delta Q < 0$ или $\Delta_{\bar{p}} < 0$ и $\Delta Q > 0$. Тук е необходимо да се отбележи, че както ефектите от адитивния факторен анализ на продукцията на отделната стока, така и ефектите при еднородната съвкупност на всички стоки са реални величини.

3.1. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията на еднородна съвкупност на стоки от разнопосочни промени на нейната средната цена $\Delta\bar{p} > 0$ и натурално количество $\Delta \boldsymbol{Q} < 0$

За този случай на еднородна съвкупност се използва примерът в табл. 1 с четирите разнородни стоки А, Б, В и Г, които тук се разглеждат като еднородни или като една и съща стока с различни цени и натурални количества. Адитивният факторен анализ е с агрегираните данни за цялата еднородна съвкупност. Според него прирастът на продукцията $\Delta P = P_1 - P_0 = 11700 - 10700 = 1000$ хил. лв. се подразделя само на два нетни ефекта. Първият е прираст от увеличението на средната цена с $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 65.0 - 53.5 = 11.5$ хил. лв. и възлиза според методиката за адитивния анализ на $\Delta P_{\bar{p}} = \Delta\bar{p}Qmin = 11.5 \times 180 = 2070$ хил. лева. Другият нетен ефект е отрицателният

$\Delta P_Q = \Delta Q\bar{\mathrm{p}}_{min} = (Q_1 - Q_0)\bar{\mathrm{p}}_0 = (180 - 200) \times 53.5 = -20 \times 53.5 = -1070$ хил. лева. Той е намаление на продукцията от намалението на общото натурално количество на стоките с $\Delta \mathrm{Q} = -20$ броя стоки. Тъй като факторните промени са разнопосочни $\Delta\bar{\mathrm{p}} > 0$ и $\Delta Q < 0$, от тях няма съвместен ефект. Сумата на двата нетни ефекта е $\Delta \mathrm{P}_{\bar{\mathrm{p}}} + \Delta P_Q = 2070 + (-1070) = 1000$ хил. лева. Този случай е изложен графично на фиг. 7.

Фиг. 7. Ефекти от разнопосочните промени на средната цена и натуралното количество на стоките



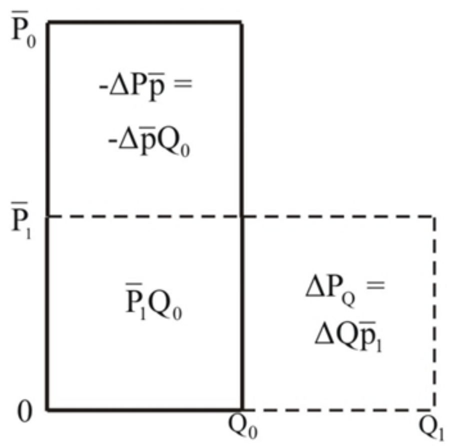
Фиг. 7 и всички следващи фигури са условни, защото не съответстват на данните за средните цени $\bar{\mathrm{p}}$ и натуралните количества на стоките Q в еднородните съвкупности. Те са съставени само за да представят колкото може по-ясно отделните случаи на факторните промени $\Delta\bar{\mathrm{p}}$ и ΔQ, **както** и техните ефекти. Същите фигури са използвани в предходната ми статия, където цените са отбелязани с **p**, а натуралните количества с ***q*** (Христов, 2015).

Следващите относителни ефекти са за изменението на продукцията $\frac{\Delta \mathrm{P}}{\mathrm{P}_0} = \frac{1000}{10700} = 0.0935$ и за двата нетни ефекта $\frac{\Delta \mathrm{P}_{\bar{\mathrm{p}}}}{\mathrm{P}_0} = \frac{2070}{10700} = 0.1935$ и $\frac{\Delta P_Q}{\mathrm{P}_0} = \frac{-1070}{10700} = -0.1000$. Сумата $\frac{\Delta \mathrm{P}_{\bar{\mathrm{p}}}}{\mathrm{P}_0} + \frac{\Delta P_Q}{\mathrm{P}_0}$=0.1935$+(-0.1000) = 0.0935$, или продукцията се е увеличила с 9.35%. Интерпретацията на двата ефекта е, че само от увеличението на средната цена продукцията е нараснала с 19.35%, докато от намалението на общото натурално количество на стоките тя е намаляла с -10%.

3.2. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията на еднородни съвкупности на стоки от разнопосочни промени на нейната средна цена $\Delta\bar{p} < 0$ и натурално количество $\Delta Q > 0$

Този случай е обратен на предходния с факторните промени $\Delta\bar{p} > 0$ и $\Delta Q < 0$ с примера в табл. 1. По тази причина се използва свойството за взаимната обратимост на двата случая. С него за разглеждания случай се получават същите абсолютни и относителни ефекти от адитивния факторен анализ на предходния случай, но с обратни алгебрични знаци. Данните за този случай с $\Delta\bar{p} < 0$ и $\Delta Q > 0$ са поместени в табл. 2, в която отделните стоки тук се разглеждат както еднородни. Според агрегираните данни за цялата еднородна съвкупност продукцията е намаляла с $\Delta P = P_1 - P_0 = 10700 - 11700 = -1000$ хил. лева. Тъй като факторните промени са $\Delta\bar{p} < 0$ и $\Delta Q > 0$, в този случай също няма съвместен ефект и общото намаление на продукцията се подразделя на два нетни ефекта. Първият е намаление на продукцията от намалението на средната цена с $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 53.5 - 65.0 = -11.5$ хил. лева. Този ефект е отрицателен и възлиза на $\Delta P_{\bar{p}} = \Delta\bar{p}Qmin = -11.5 \times 180 = -2070$ хил. лева. Другият нетен ефект е положителен, защото $\Delta P_Q = \Delta Q\bar{p}_{min} = (Q_1 - Q_0)\bar{p}_{\min} = (200 - 180) \times 53.5 = 20 \times 53.5 = 1070$ хил. лева. Той представлява прираст на продукцията от увеличението на общото натурално количество на стоките с $\Delta Q = 20$ броя. Сумата на двата нетни ефекта е $\Delta P_{\bar{p}} + \Delta P_Q = -2070 + 1070 = -1000$ хил. лева. Този случай е представен графично на фиг. 8.

Фиг. 8. Ефекти от разнопосочните промени на средната цена и натуралното количество на стоките



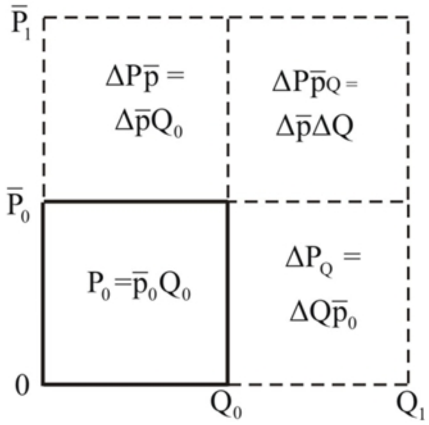
Едно сравнение на фиг. 8 с фиг. 7 показва, че двете фигури имат еднакви площи, които са с различни алгебрични знаци.

Следващите относителни ефекти са за изменението на продукцията $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-1000}{11700} = -0.0855$, както и за двата нетни ефекта $\frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} = \frac{-2070}{11700} = -0.1769$ и $\frac{\Delta P_Q}{P_0} = \frac{1070}{11700} \approx -0.0914$. Сумата $\frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} + \frac{\Delta P_Q}{P_0} = -0.1769 + 0.0914 = -0.0855$, или продукцията е намаляла с 8.55%. Интерпретацията на двата ефекта е, че от намалението на средната цена продукцията е намаляла с -17.69%, докато от увеличението на общото натурално количество на стоките тя се е увеличила с 9.14%.

3.3. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията на еднородна съвкупност на стоки от еднопосочни промени (увеличения) на нейната средна цена $\Delta\bar{p} > 0$ и натурално количество $\Delta Q > 0$

Следващите два случая са с еднопосочни факторни промени на средната цена и натуралното количество на еднородните стоки. Първият случай е с едновременни увеличения на средната цена $\Delta\bar{p} > 0$ и натуралното количество $\Delta Q > 0$. Данните за него са поместени в табл. 5, където средната цена се е увеличила от $\bar{p}_0 = 50$ хил. лв. на $\bar{p}_1 = 59$ хил. лв., а натуралното количество на стоките се е увеличило от $Q = 180$ броя на $Q_1 = 200$ броя. Според тези данни продукцията е нараснала с $\Delta P = P_1 - \mathbf{P_0} = 11800 - 9000 = 2800$ хил. лева. Този прираст се подразделя със знаковата фукция на математическия сигнум на три части: $\Delta P_{\bar{p}} = \Delta\bar{p}Qmin$, $\Delta P_Q = \Delta Q\bar{p}_{min}$ и $\Delta\bar{p}\Delta Q = h\Delta\bar{p}\Delta Q$. С необходимите числа $\Delta P_{\bar{p}} = (59 - 50)180 =$1620 хил. лв. е прираст на продукцията само от увеличението на средната цена, $\Delta P_Q = (200 - 180)$50$= 20 \times 50 = 1000$ хил. лв. е прираст само от увеличението на натуралното количество на всички стоки и $\Delta\bar{p}\Delta Q = (59 - 50) \times (200 - 180) = 9 \times 20 = 180$ **хил.лв.** е прираст на продукцията от едновременните съвместни увеличения на средната цена и на натуралното количество на стоките. В случая математическият сигнум е $h = 1$. Сумата на трите прираста е равна на общото увеличение на продукцията $\mathbf{\Delta P} = P_1 - P_0 = 11800 - 9000 = 2800$ хил. лв., или $\Delta P_{\bar{p}} + \Delta P_Q + \Delta P_{\bar{p}Q} = 1620 + 1000 + 180 = 2800$ хил. лева. Този случай е представен графично на фиг. 9.

Фиг. 9. Ефекти от едновременните увеличения на средната цена и натуралното количество на стоките

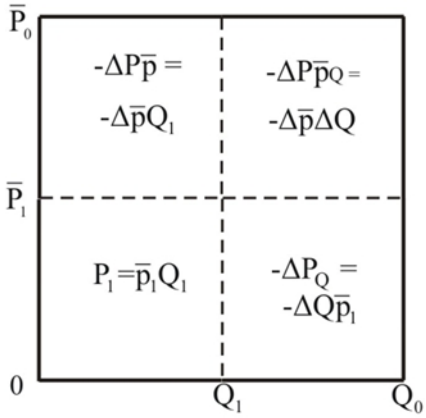


Следващите показатели от адитивния факторен анализ са относителните спрямо базисния обем на продукцията P_0. Относителното увеличение на продукцията е $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{2800}{9000} = 0.3111$, докато относителните ефекти са $\frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} = \frac{1620}{9000} = 0.1800$, $\frac{\Delta P_Q}{P_0} = \frac{1000}{9000}$ =0.1111 и $\frac{\Delta P_{\bar{p}Q}}{P_0} = \frac{180}{9000} = 0.0200$. Сумата $\frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} + \frac{\Delta P_Q}{P_0} + \frac{\Delta P_{\bar{p}Q}}{P_0} = 0.1800 + 0.1111 + 0.0200 = 0.3111$, или продукцията се е увеличила с 31.11%. Интерпретацията на трите ефекта е, че само от увеличението на средната цена продукцията е нараснала с 18.00%, докато само от увеличението на общото натурално количество на стоките тя е нараснала с 11.11%. В сравнение с тях от съвместните увеличения на средната цена и общото натурално количество на стоките увеличението на продукцията е само с 2.00%.

3.4. Адитивен факторен анализ на обема на продукцията на еднородна съвкупност на стоки от еднопосочни промени (намаления) на нейната средна цена $\Delta\bar{p} < 0$ и натурално количество $\Delta Q < 0$

Обратният случай на предходния в точка 3.3 е с едновременни намаления на средната цена $\Delta\bar{p} <$ 0 и натуралното количество $\Delta Q <$ 0. Данните за него са представени в табл. 6, където средната цена е намаляла от $\bar{p}_0 = 59$ хил. лв. на $\bar{p}_1 = 50$ хил. лв., а натуралното количество е намаляло от $Q_0 = 200$ броя на $Q_1 = 180$ броя. С тези данни продукцията е намаляла с $\Delta P = P_1 - P_0 = 9000 - 11800 = -2800$ хил. лева. Това намаление се подразделя също със знаковата фукция на математическия сигнум на три части: $\Delta P_{\bar{p}} = \Delta\bar{p}Qmin$, $\Delta P_Q = \Delta Q\bar{p}_{min}$ и $\Delta P_{\bar{p}Q} = h\Delta\bar{p}\Delta Q$. Със съответните числа $\Delta P_{\bar{p}} = (50 - 59)180 = -9\times 180 = -1620$ хил. лв. е намалението на продукцията само от намалението на средната цена, $\Delta P_Q = (180 - 200)50 = -20 \times 50 = -1000$ хил. лв. е намалението на продукцията само от намалението на натуралното количество на стоките и $\Delta \mathrm{P}_{\bar{p}Q} = (50 - 59) \times (180 - 200) = -1(-9)(-20) = -180$ **хил. лева.** Това отделно намаление на продукцията е от едновременните съвместни намаления на средната цена и натуралното количество на стоките. При едновременни съвместни намаления на двата фактора $\Delta \bar{\mathrm{p}} < 0$ и $\Delta Q < 0$ математическият сигнум пред съвместния ефект е $\boldsymbol{h = -1}$**.** Сумата на трите ефекта - намаление на продукцията, е равна на нейното общо намаление с $\Delta \mathrm{P} = \mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_0 = -2800$ хил. лв., или $\Delta \mathrm{P}_{\bar{p}} + \Delta P_Q + \Delta P_{\bar{p}Q} = -1620 + (-1000) + (-180) = -2800$ хил. лева. Този случай е представен графично на фиг. 10.

Фиг. 10. Ефекти от едновременните намаления на средната цена и натуралното количество на стоките



Следващите относителни показатели от адитивния факторен анализ са, както следва: относителното намаление на продукцията е $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-2800}{11800} = -0.2373$ и относителните ефекти $\frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} = \frac{-1620}{11800} = -0.1373$, $\frac{\Delta P_Q}{P_0} = \frac{-1000}{11800} = -0.0847$ и $\frac{\Delta P_{\bar{p}Q}}{P_0} = \frac{-180}{11800} = -0.0153$. Сумата $\frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} + \frac{\Delta P_Q}{P_0} + \frac{\Delta P_{\bar{p}Q}}{P_0} = -0.1373 + (-0.0847) + (-0.0153) = -0.2373$, или продукцията е намаляла с 23.73%. Интерпретацията на трите ефекта е, че само от намалението на средната цена продукцията е намаляла с -13.73%, а само от намалението на общото количество на стоките тя е намаляла с -8.47%. Отделно от съвместните намаления на средната цена и общото натурално количество на стоките продукцията е намаляла слабо с -1.53%. С решението на този случай с трите отрицателни ефекта завършва адитивният факторен анализ с всички случаи на факторни промени на разнородните и еднородните статистически съвкупности.

Заключение

От представеното изложение на адитивния факторен анализ на изменението (прираста или намалението) на обема на продукцията за две сравнявани години (базисна и отчетна) от факторните промени на цените и натуралните количества на стоки, могат да се направят няколко много важни обобщения и изводи. Всички стоки се разглеждат два пъти - като еднородна и като разнородна съвкупност. Това разделение се извежда от математическото множество и се обосновава със задоволяването на различни потребности с различни стоки. Еднородната съвкупност включва крайно множество на една и съща стока или други подобни стоки, с които тя може да бъде заменена за задоволяването на една и съща, точно определена конкретна потребност. Само стоките от еднородната съвкупност имат средна цена, която може да бъде непретеглена или претеглена с техните натурални количества (бройки натурални единици), както имат и общо натурално количество. За разлика от еднородната съвкупност разнородната е крайно множество на **различни** или разнородни, но също точно определени стоки. Те не могат да бъдат взаимозаменяеми една с друга, защото задоволяват различни конкретни потребности, но цялата разнородна съвкупност удовлетворява някаква обща, по-голяма потребност с крайното множество на точно определени разнородни стоки. По тази причина стоките на всяка разнородна съвкупност нямат средна цена, нито общо натурално количество, с които се характеризира всяка еднородна съвкупност.

На основата на двата вида съвкупности са изведени две **различни** методики за адитивен факторен анализ на еднородна и разнородна съвкупност на стоки. Методиката за анализа на еднородната съвкупност е **обобщение** на методиката за адитивен факторен анализ на продукцията на отделната стока, която е изложена в моята предходна статия в списанието. В нея е показано, че началната или изходната форма на елементарния функционален анализ е адитивната. Анализът в тази форма се извършва с две стойности на всяка дискретна променлива - зависимата за обема на продукцията **P** и на факторните променливи за цената ***p*** и натуралното количество на стоката ***q*.** Изходният модел за анализа е двуфакторният мултипликативен модел $P = pq$. С неговата адитивна форма разликата между двете стойности на зависимата променлива $\Delta P = P_1 - P_0$ се представя със сумата на **ефектите** от разликите на двете факторни променливи. Вярното и точно (еднозначно) решение е $\Delta P = \Delta P_p + \Delta P_q + \Delta P_{pq}$, където ΔP е увеличението (прирастът) или намалението на зависимата променлива (обемът на продукцията) през отчетната спрямо базисната година. Сумата в дясната страна на равенството е на факторните ефекти: ΔP_p - нетният прираст или намалението на обема на продукцията само от промяната (увеличението или намалението) на цената на стоката $\Delta p = p_1 - p_0$, ΔP_q - нетният прираст или намалението на обема на продукцията само от промяната на натуралното количество на стоката $\Delta q = q_1 - q_0$, и евентуалният съвместен ефект - прираст или намаление на обема на продукцията от еднопосочни (едновременни увеличения или намаления) на двете факторни променливи $\Delta p = p_1 - p_0$ и $\Delta q = q_1 - q_0$. Аналитично, решението на адитивния факторен анализ се представя с помощта на дискретната нечетна (знакова) функция на математическия сигнум:

$\Delta P = \Delta P_p + \Delta P_q + \Delta P_{pq} = \Delta p \times q_{min} + \Delta q \times p_{min} + h\Delta p\Delta q$. С тази функция отделните ефекти се пресмятат чрез по-малките стойности на цената $\boldsymbol{p_{min}}$ и натуралното количество на стоката $\boldsymbol{q_{min}}$от базисната или отчетната година. С параметъра **h** се определя алгебричният знак на съвместния ефект от еднопосочните факторни промени или отсъствието на съвместен ефект от разнопосочните факторни промени. Според алгебричните знаци на тези промени са възможни всичко четири еднозначни (верни и точни) решения:

при $\Delta p > 0, \Delta q > 0$ и $h = +1, \Delta P = \Delta pq_0 + \Delta qp_0 + \Delta p\Delta q = \Delta P_p + \Delta P_q + \Delta P_{pq}$

при $\Delta p < 0, \Delta q < 0$ и $h = -1, \Delta P = -\Delta pq_1 - \Delta qp_1 - \Delta p\Delta q = -\Delta P_p - \Delta P_q - \Delta P_{pq}$

при $\Delta p > 0, \Delta q < 0$ и $h = 0, \Delta P = \Delta pq_1 - \Delta qp_0 = \Delta P_p - \Delta P_q$

при $\Delta p < 0, \Delta q > 0$ и $h = 0, \Delta P = -\Delta pq_0 + \Delta qp_1 = -\Delta P_p + \Delta P_q$

Изводът от тези решения е, че само от еднопосочните факторни промени (едновременни увеличения или намаления Δp и Δq) има положителен или отрицателен съвместен ефект. От разнопосочните факторни промени няма съвместни ефекти. Това според мен просто, но фундаментално **логическо условие,** на което теоретичният **математически еквивалент** или израз е дискретната нечетна (знакова) функция на математическия сигнум, отсъства в учебната литература по статистика в икономическото образование, както я няма и знаковата функция. Навсякъде в учебниците и ръководствата по статистика е представен или само първият модел за адитивен анализ, който е за случаите с едновременните увеличения на двата фактора, или се правят опити и за представяне само на някои от останалите три факторни модела. Неспазването на посоченото логическо условие води до методологично неиздържани методи и неверни решения, например със съвместни ефекти от разнопосочните факторни промени.

Изложената методика за адитивен факторен анализ на продукцията на отделната стока е **обобщена** най-напред за факторен анализ на продукцията от разнородни съвкупности на стоките. Причината е, че те се срещат най-често в икономиката и при тях възникват най-тежките проблеми на другия (индексен) факторен анализ. Според определението за разнородната съвкупност на стоки тя е: крайно множество от **различни,** точно определени стоки, които са обединени по някаква **целесъобразност** и образуват **съвместно,** честотно разпределение по признак, който е **общ** за всички разнородни стоки. Предлага се **нова** методика за адитивен анализ на разнородна съвкупност, но обобщението, което се прави за нея, се основава на **концепцията за независимост** на прирастите или ефектите от отделните разнородни стоки. Според тази концепция **всеки** от трите ефекта за цялата разнородна съвкупност е **алгебрична сума** на съответните ефекти от анализите на отделните стоки. При тези условия отделните стоки не участват в образуване на средна цена и отделните ефекти от различните стоки са **независими** помежду си. Аналитично, от известното решение за всяка $\boldsymbol{i}$ **– та** стока $\Delta P_i = P_{i1} - P_{i0} = \Delta p_i q_{imin} + \Delta q_i p_{imin} + h_i \Delta p_i \Delta q_i = \Delta P_{pi} + \Delta P_{qi} + \Delta P_{pqi}$, се преминава в общото решение с агрегираните (сумарни) ефекти за цялата разнородна съвкупност. Лявата страна на това общо решение може да се представи с равенствата:

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \sum_{i=1}^{n} \Delta P_{i1} - \sum_{i=1}^{n} \Delta P_{i0} = \sum_{i=1}^{n} (P_{i1} - P_{i0}) = \sum_{i=1}^{n} \Delta P_i$$

Дясната страна е алгебрична сума на отделните сумарни ефекти:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta P_{i1} = \sum_{i=1}^{n} \Delta p_i \, q_{imin} = E_p, \sum_{i=1}^{n} \Delta P_{qi} = \sum_{i=1}^{n} \Delta q_i \, p_{imin} = Eq \text{ и } \sum_{i=1}^{n} \Delta P_{pqi}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} h_i \, \Delta p_i \Delta q_i = E_{pq}$$

Или общото решение е $\Delta P = P_1 - P_0 = E_p + E_q + E_{pq}$, където $\boldsymbol{E_p}$ е нетният сумарен ефект само от **преобладаващото** влияние на увеличените или намалени цени на отделните разнородни стоки, $\boldsymbol{E_q}$ е нетният сумарен ефект само от **преобладаващото** влияние на увеличените или намалените натурални количества на разнородните стоки и $\boldsymbol{E_{pq}}$ е съвместният сумарен ефект от **преобладаващото** влияние на едновременните увеличени цени и натурални количества на разнородните стоки или на едновременните намалени цени и натурални количества. Според алгебричните знаци на трите сумарни ефекта са възможни следните еднозначни (верни и точни) решения:

$\Delta P = E_p - E_q + E_{pq}, \Delta P = -E_p + E_q - E_{pq}$

$\Delta P = E_p + E_q - E_{pq}, \Delta P = -E_p - E_q + E_{pq}$

$\Delta P = E_p - E_q - E_{pq}, \Delta P = -E_p + E_q + E_{pq}$

$\Delta P = E_p + E_q + E_{pq}, \Delta P = -E_p - E_q - E_{pq}$

От тези осем еднозначни решения първите шест са от разнопосочни факторни промени, а последните две са от еднопосочни факторни промени. В сравнение с четирите възможни решения от анализа на продукцията на еднородните съвкупности тук при анализа с разнородните съвкупности тези решения са двойно повече. При еднородните съвкупности може да има само две решения със съвместни ефекти (положителен или отрицателен), докато останалите две решения нямат такива ефекти. Причината е, че при еднородните съвкупности може да има или да няма съвместни ефекти, защото **всички** стоки участват в анализа със средните цени $\bar{p}_0$ и $\bar{p}_1$, както и с общите натурални количества $\boldsymbol{Q_0}$ и $\boldsymbol{Q_1}$**.** В общия случай при разнородните съвкупности обаче само **някои** стоки могат да имат съвместни ефекти, докато **останалите** стоки - да нямат такива ефекти. Или на практика може да се очакват съвместни ефекти от всичките осем вида факторни промени. Случаите само с два ефекта E_p и E_q са много редки. Това различие между анализите с двата вида съвкупности е **съществено,** което произлиза от различието на тяхната същност. От своя страна, съвместните ефекти от еднопосочните факторни промени при разнородните съвкупности могат да се разпределят пропорционално между нетните ефекти с **нов,** по-точен (индексен) метод, който ще бъде публикуван в следваща статия за индексен факторен анализ. Необходимостта от новия (индексен) метод произлиза от невъзможността със стария (адитивен) метод да се преминава от адитивния факторен анализ с два брутни ефекта в индексен анализ и обратно - от индексния в адитивен анализ. Съвместните ефекти от другите решения с разнопосочните факторни промени се приемат за **неразпределими,** защото имат различни алгебрични знаци от знака на единия нетен ефект или от знаците и на двата нетни ефекта. Това е второто **съществено** различие между анализите с двата вида съвкупности. Крайните решения на адитивния факторен анализ на продукцията от разнородните съвкупности са с относителните ефекти спрямо базисния обем на продукцията: $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0}$. Тази относителна форма на адитивен анализ е също **преходна** към индексния факторен анализ на обема на продукцията от разнородните съвкупности. Неговото решение е: $I_0 = \frac{P_1}{P_0} = 1 + \frac{\Delta P}{P_0} = 1 + \frac{E_p}{P_0} + \frac{E_q}{P_0} + \frac{E_{pq}}{P_0}$.

Адитивният факторен анализ на продукцията от еднородната съвкупност е по-лесен и е отдавна известен. Той може да се извърши на две нива. На първото ниво се използват **агрегирани** данни на отделните стоки за цялата съвкупност. Разликата между обемите на продукцията $\Delta P = P_1 - P_0$ се анализира с разликата $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$ на средните цени и разликата $\Delta Q = Q_1 - Q_0$ на общите натурални количества на стоките през отчетната спрямо базисната година. Средната цена от агрегираните данни за еднородната съвкупност е непретеглена средна:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{Q}$$

където p_i са цените на отделните стоки, а

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q_1 = n$$

е общото количество (брой) на всички стоки ($i = 1,2 \dots, n$). Факторният модел за еднородната съвкупност е P= $\bar{p}Q$. Общото решение на този модел е също със знаковата функция на математическия сигнум $\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta\bar{p}Q_{min} + \Delta Q\bar{p}_{min} + h\Delta\bar{p}\Delta Q = \Delta P\bar{p} + \Delta P_Q + \Delta P\bar{p}_Q$. Това решение е аналогично на общото решение на адитивния факторен анализ на продукцията на отделната стока. Разликата е само, че вместо показателите **p** и **q** тук в решението за еднородната съвкупност участват средната цена $\bar{p}$ и общото натурално количество Q на стоките за цялата еднородна съвкупност. Според алгебричните знаци на факторните промени $\Delta\bar{p}$ и ΔQ се получават същите четири възможни решения както от адитивния анализ на отделната стока. Ефектите от анализа на еднородната съвкупност обаче се обясняват с промените на средната цена $\Delta\bar{p}$ и на натуралното количество ΔQ за всички стоки в съвкупността. Всичките еднозначни (верни и точни) решения са:

$$\Delta P = \Delta\bar{p}Q_0 + \Delta Q\bar{p}_0 + \Delta\bar{p}\Delta Q = \Delta P_{\bar{p}} + \Delta P_Q + \Delta P_{\bar{p}Q}$$

$$\Delta P = -\Delta\bar{p}Q_1 - \Delta Q\bar{p}_1 - \Delta\bar{p}\Delta Q = -\Delta P_{\bar{p}} - \Delta P_Q - \Delta P_{\bar{p}Q}$$

$$\Delta P = \Delta\bar{p}Q_1 - \Delta Q\bar{p}_0 = \Delta P_{\bar{p}} - \Delta P_Q$$

$$\Delta P = -\Delta\bar{p}Q_0 + \Delta Q\bar{p}_1 = -\Delta P_{\bar{p}} + \Delta P_Q$$

От тези четири еднозначни решения първите две са от еднопосочни факторни промени, а последните две са от разнопосочни факторни промени на $\bar{p}$ и Q**.** Най-накрая адитивният факторен анализ завършва с относителните ефекти спрямо базисния обем на продукцията: $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} + \frac{\Delta P_Q}{P_0} + \frac{\Delta P_{\bar{p}Q}}{P_0}$. Тази относителна форма представлява също **преход** от адитивния към индексния факторен анализ, на който общото решение за еднородните съвкупности е $I_0 = \frac{P_1}{P_0} = 1 + \frac{\Delta P}{P_0} = 1 + \frac{\Delta P_{\bar{p}}}{P_0} + \frac{\Delta P_Q}{P_0} + \frac{\Delta P_{\bar{p}Q}}{P_0}$.

Посоченото решение с агрегираните данни е решение и на еднородната съвкупност с най-подробните групирани данни, в което всяка отделна *i*-та стока се разглежда като отделна *i*-та група. На практика обаче на второто ниво на анализа се използва по-малък брой на групите **m,** в който всички стоки са предварително разпределени според значенията на някакъв признак. Средната цена на всички стоки в съвкупността е претеглената средна $\bar{p}$ от груповите средни цени $\bar{p}_j$:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^{m} \bar{p}_j q_j}{\sum_{j=1}^{m} q_j} = \frac{\sum_{j=1}^{m} \bar{p}_j q_j}{Q}$$

където $\bar{p}_j$ са групови средни цени, а q_j са натурални количества на стоките (тегла) в отделните групи (j = 1, 2, ..., m). Общото натурално количество на всички стоки в съвкупността е:

$$Q = \sum_{j=1}^{m} q_j = n.$$

Адитивният факторен анализ с групираните данни на стоките е със същите факторни промени $\Delta\bar{p}$ и ΔQ**,** където $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$ са претеглените средни цени за отчетната и базисната година с агрегираните данни. Решенията и интерпретацията на ефектите от този анализ са със **същите стойности** на ефектите от решенията с агрегираните данни. Едно допълнително основание да изложа моят метод за адитивен факторен анализ с груповите средни цени $\bar{p}_j$ е, че той е изходна основа не само на индексния факторен анализ, но и за следващия адитивен факторен анализ на разликата на средните претеглени цени $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$. Този адитивен анализ се извършва също със знаковата функция на математическия сигнум, но методиката за него е **друга.** Причината е, че при еднородните съвкупности груповите средни цени $\bar{p}_j$ трябва да се претеглят не с теглата q_j, а с техните относителни дялове $\omega_j = \frac{q_j}{Q}$. С тази методика се анализира разликата между средните цени $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$ от факторните промени на груповите цени $\Delta\bar{p}_j$ и на относителните дялове $\Delta\omega_j$ на теглата q_j на отделните групи стоки. В този смисъл адитивният факторен анализ на средните цени е продължение на анализа на обема на продукцията от еднородната съвкупност, но тъй като методиките за двата анализа са **различни**, първата за средните цени ще бъде публикувана в друга статия. С нея ще завърши цялостният адитивен факторен анализ на дискретните зависими променливи от дискретните факторни променливи на еднородните съвкупности.

ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА:

Гатев, К. (1995). Въведение в статистиката, Лиа, С.

Выгодский, М. (1964). Справочник по елементарной математике, Издательство „Наука”, М.

Радилов, Д. (2009). Статистическата наука в информационното общество. Автореферат на дисертационен труд за получаване на научна степен „доктор на икономическите науки”, Варна.

Христов, Е. (1978). Приносът на продукцията според промените във вложеното количество труд и производителността на труда, Статистика, кн. 5, С.

Христов, Е. (2004). Факторен анализ на прираста на абсолютни резултативни величини с реални нетни и брутни ефекти, Икономическа мисъл, кн. 3, С.

Христов, Е. (2015). Елементарният функционален адитивен и индексен факторен анализ и неговите еднозначни решения с дискретната нечетна функция на математическия сигнум, Статистика, кн. 1, www. nsi.bg.

Цонев, В. (1998). Теория на индексите и нейната статистическа алтернатива, Статистика, кн. 1, С.

Oxford English Dictionary (1993).