

ЕДНО СТАТИСТИЧЕСКО ИЗСЛЕДВАНЕ ВЪРХУ УСПЕХА НА УЧЕНИЦИТЕ ПО МАТЕМАТИКА (2005 - 2019)

Светлана Василева, Станимира Илиева***



Общоприетото мнение е, че успехът на ученик, постъпил в профилирано средно училище, намалява заради по-високите стандарти на обучение и по-високите изисквания. Целта на изследването е да покаже академичното развитие по математика на учениците, които са избрали да се обучават в математически профил. Затова се сравняват извадките за два класа, съответно на двама учители от Природо-математическата гимназия „Иван Вазов“, гр. Добрич - В. Радоева (за краткост ВР) и Н. Неделчева (за краткост НН), и е направен анализ на извадките с оценките за пет учебни години на випуските: 2005 - 2010/ВР, 2009 - 2014/НН, 2010 - 2015/ВР, 2014 - 2019/НН.

За целите на анализа са решени следните задачи:

- 1) Извличане на оценки по математика на учениците от даден клас за петгодишен период, започващ от постъпването им в 8-и клас;
- 2) Проектиране на таблици за представяне на числовите редове и съставяне на подходящи таблици с числовите редове в електронната таблица Microsoft Excel;
- 3) Изчисляване на t -критерия на Стюдънт за сравняване на средни стойности и на F -критерия на Фишер за сравняване на дисперсии при подходяща степен на достоверност;

* Учител в Природо-математическа гимназия „Иван Вазов“, гр. Добрич.

** Студентка в първи курс, специалност „Графичен дизайн“, във ВСУ „Черноризец Храбър“. По време на написването на статията е ученичка в 12-и клас на ПМГ „Иван Вазов“, гр. Добрич.

- 4) Извършване на корелационен анализ по метода на Крюгер - Спирмън;
- 5) Доказване или отхвърляне на статистическите хипотези за успеха на учениците по математика;
- 6) Обяснение на резултатите и формулиране на изводи.

Първоначални данни

В табл. 1 и 2 са представени първоначалните данни с оценките на випуски 2005 - 2010/ВР, 2010 - 2015/ВР, а в табл. 3 и 4 - на випуски 2009 - 2014/НН и 2014 - 2019/НН.

1. Срочни и годишни оценки по математика на учениците от випуск 2005 - 2010/ВР

	8/1ср.	8/2ср.	8/год.	9/1ср.	9/2ср.	9/год.	10/1ср.	10/2ср.	10/год.	11/1ср.	11/2ср.	11/год.	12/1ср.	12/2ср.	12/год.
1	6	5	6	5	5	5	5	5	5	6	5	6	6	6	6
2	4	3	4	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	4	4
3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
4	6	5	6	5	6	6	5	6	6	6	5	6	6	6	6
5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	5	4	5	6	5	6
6	4	4	4	5	4	5	5	4	5	4	4	4	5	5	5
7	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	5	6	6	6
8	4	4	4	3	3	3	5	4	5	5	3	4	4	4	4
9	5	4	5	4	5	5	5	6	6	6	5	6	5	6	6
10	5	5	6	5	4	5	6	5	6	5	4	5	4	4	4
11	5	4	5	5	4	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6
12	6	6	6	6	5	6	6	6	6	6	5	6	6	5	6
13	4	4	4	5	4	5	5	4	5	5	4	5	4	5	5
14	6	5	6	6	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
15	5	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5
16	5	5	5	5	4	5	4	5	5	6	5	6	6	5	6
17	4	4	4	5	4	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5
18	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	3	4	5	4	5
19	5	6	6	6	5	6	5	6	6	5	5	5	6	6	6
20	5	4	5	5	4	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5
21	5	4	5	5	4	5	4	4	4	4	4	4	5	5	5
22	6	5	6	5	5	5	5	6	6	6	5	6	5	6	6
23	5	5	5	6	5	6	5	6	6	5	6	6	5	6	6
24	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	5	6	6	5	6

2. Срочни и годишни оценки по математика на учениците от випуск 2010 - 2015/ВР

	8/ср.	8/2ср.	8/год.	9/ср.	9/2ср.	9/год.	10/ср.	10/2ср.	10/год.	11/ср.	11/2ср.	11/год.	12/ср.	12/2ср.	12/год.
1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
2	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
3	4	4	4	5	4	5	4	4	4	4	4	4	4	3	4
4	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
6	6	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	5	4	5	5	4	5	4	4	4	4	3	4	5	5	5
8	4	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
9	5	4	5	5	4	5	4	4	4	4	3	4	5	4	5
10	2	3	3	3	3	3	3	3	3	5	3	3	4	4	4
11	3	4	4	3	4	4	4	5	5	4	5	5	5	5	5
12	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	4	4	3	4
13	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5	4	5
14	3	3	3	4	4	4	3	3	3	4	4	4	5	3	4
15	4	4	4	4	4	4	3	3	3	4	3	4	4	4	4
16	6	6	6	6	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
17	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	5	6
18	6	6	6	6	5	6	5	6	6	6	5	6	6	6	6

3. Срочни и годишни оценки по математика на учениците от випуск 2009 - 2014/НН

	8/ср.	8/2ср.	8/год.	9/ср.	9/2ср.	9/год.	10/ср.	10/2ср.	10/год.	11/ср.	11/2ср.	11/год.	12/ср.	12/2ср.	12/год.
1	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	5	5
2	6	6	6	5	6	6	5	5	5	6	6	6	6	6	6
3	3	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6
4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	3	5	5	5	5	5
5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
6	4	4	4	4	5	5	4	4	4	4	3	4	5	5	5
7	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	5	5
8	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	5	5
9	4	4	4	5	4	5	4	4	4	5	4	5	5	5	5
10	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
11	5	5	5	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	5	5
12	2	3	3	4	5	5	4	4	4	5	4	5	5	6	6
13	5	6	6	3	4	4	4	4	4	3	4	4	4	5	5
14	4	6	6	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6
15	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	4	5	5	6	6
16	6	6	6	4	5	5	5	5	5	5	4	5	6	6	6
17	4	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
18	5	6	6	6	5	6	6	6	6	6	4	5	4	5	5
19	4	5	5	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
20	6	6	6	5	4	5	5	5	5	4	5	5	6	6	6
21	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
22	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
23	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
24	5	6	6	5	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
25	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	5	5	5	6	6

4. Срочни и годишни оценки по математика на учениците от випуск 2014 - 2019/НН

	8/1ср.	8/2ср.	8/год.	9/1ср.	9/2ср.	9/год.	10/1ср.	10/2ср.	10/год.	11/1ср.	11/2ср.	11/год.	12/1ср.	12/2ср.	12/год.
1	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
2	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	5	3	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	3	4	4	4	4
5	6	6	6	6	6	6	6	5	6	5	5	5	6	6	6
6	5	6	6	6	6	6	6	6	6	5	5	5	6	6	6
7	4	4	4	5	5	5	6	5	6	6	4	5	6	6	6
8	5	5	5	4	5	5	4	4	4	5	3	4	5	4	5
9	5	5	5	5	6	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5
10	5	5	5	5	5	5	6	4	5	5	4	5	4	4	4
11	3	4	4	4	5	5	5	4	4	4	3	4	5	3	4
12	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	5	6	5	4	5
13	4	4	4	4	5	5	5	4	5	4	3	4	4	4	4
14	5	6	6	6	6	6	6	5	6	6	4	5	6	5	6
15	4	4	4	4	4	4	5	4	5	5	4	5	5	6	6
16	5	5	5	4	4	4	4	4	4	5	3	4	4	4	4
17	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6
18	4	4	4	3	4	4	3	4	4	3	3	3	4	3	4
19	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6

На фиг. 1 и 2 са показани диаграмите на „движението“ на средния успех на випуски 2005 - 2010 и 2010 - 2015 (фиг. 1) и випуски 2009 - 2014 и 2014 -2019 (фиг. 2) от оценката за 1-вия срок на 8-и клас, оценката за 2-рия срок на 8-и клас и годишната оценка за 8-и клас до годишната оценка за 12-и клас. Линията на тенденцията показва леко увеличаване на успеха.

**Фиг. 1. Среден успех на випуски
2005 - 2010 и 2010 - 2015 година**



**Фиг. 2. Среден успех на випуски
2009 - 2014 и 2014 - 2019 година**



5. Среден успех, стандартно отклонение и дисперсия в класовете

2005/10BP	8/1cp.	8/2cp.	8/год.	9/1cp.	9/2cp.	9/год.	10/1cp.	10/2cp.	10/год.	11/1cp.	11/2cp.	11/год.	12/1cp.	12/2cp.	12/год.
Av	5.04	4.63	5.13	4.92	4.50	5.04	4.88	5.04	5.29	5.21	4.63	5.21	5.25	5.21	5.46
SD	0.69	0.77	0.74	0.83	0.78	0.81	0.74	0.95	0.81	0.93	0.92	0.88	0.85	0.78	0.72
Дисперсия	0.48	0.59	0.55	0.69	0.61	0.65	0.55	0.91	0.65	0.87	0.85	0.78	0.72	0.61	0.52
2010/15BP	8/1cp.	8/2cp.	8/год.	9/1cp.	9/2cp.	9/год.	10/1cp.	10/2cp.	10/год.	11/1cp.	11/2cp.	11/год.	12/1cp.	12/2cp.	12/год.
Av	4.44	4.28	4.56	4.61	4.33	4.67	4.48	4.48	4.57	4.76	4.38	4.76	5.19	4.76	5.14
SD	1.38	1.23	1.25	1.24	1.14	1.19	1.21	1.25	1.25	1.04	1.12	1.04	0.81	1.04	0.85
Дисперсия	1.91	1.51	1.56	1.55	1.29	1.41	1.46	1.56	1.56	1.09	1.25	1.09	0.66	1.09	0.73
2009/14HH	8/1cp.	8/2cp.	8/год.	9/1cp.	9/2cp.	9/год.	10/1cp.	10/2cp.	10/год.	11/1cp.	11/2cp.	11/год.	12/1cp.	12/2cp.	12/год.
Av	4.48	5.08	5.08	4.84	4.84	5.12	4.96	4.84	4.96	4.96	4.52	5.12	5.24	5.64	5.64
SD	1.12	1.00	1.00	0.94	1.07	0.83	0.89	1.07	0.89	1.02	1.00	0.78	0.83	0.49	0.49
Дисперсия	1.26	0.99	0.99	0.89	1.14	0.69	0.79	1.14	0.79	1.04	1.01	0.61	0.69	0.24	0.24
2014/19HH	8/1cp.	8/2cp.	8/год.	9/1cp.	9/2cp.	9/год.	10/1cp.	10/2cp.	10/год.	11/1cp.	11/2cp.	11/год.	12/1cp.	12/2cp.	12/год.
Av	4.68	5.00	5.00	4.89	5.16	5.16	5.21	4.84	5.16	5.05	4.00	4.71	5.05	4.62	5.00
SD	0.95	0.88	0.88	0.99	0.83	0.83	0.98	0.90	0.90	0.86	1.14	0.96	0.86	1.16	0.95
Дисперсия	0.89	0.78	0.78	0.99	0.70	0.70	0.95	0.81	0.81	0.75	1.30	0.91	0.75	1.35	0.90

Анализ на средния успех на випуските

За сравняване на средния успех на класовете беше приложен T -критерият¹ на Стюдънт за зависими извадки [1], тъй като нулевата хипотеза H_0^I на изследването предполага, че оценките по математика стават по-ниски.

За всички сравнявани извадки изчислената по формула¹ стойност на T -критерия в табл. 1 - 4 при сравнение на успеха в края на обучението с успеха в началото на обучението и сравнение на максималния среден успех с минималния се оказа по-висока от табличната стойност на T -критерия (табличната стойност на T е изчислена с вградената функция на Excel $TINV()$ при вероятност $\alpha=0.05$). Забелязваме, че с малки изключения няма статистически значима разлика между началните, междинните и крайните резултати за всеки от изследваните класове (и ученици) за всяка учебна година, което може да се разглежда като много добро цялостно развитие.

Статистически значима разлика има между максималния среден успех и минималния среден успех във всеки от класовете, затова в табл. 6 са дадени получените стойности за T -критерия на Стюдънт в четирите класа. Направено е сравнение на средния успех в началото и в края на обучението в гимназията, както и между минималния и максималния среден успех, чиито стойности за всеки от класовете са се получили за различен период. Само за единия клас (2009 - 2014НН) максималният среден успех съвпада с успеха в края на обучението, а минималният съвпада с успеха в началото.

6. Стойности на t -критерия на Стюдънт и F -критерия на Фишър

2005 - 2010BP		$t_{\alpha 0.05}=2.01$	$f=46$	$F_{\alpha 0.05}=2.01$	$f_1=23$
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	5.55	1	1.09	0
Мах - Мин	12/год. - 9/2ср.	14.02	1	1.17	0
2009 - 2014НН		$t_{\alpha 0.05}=2.01$	$f=48$	$F_{\alpha 0.05}=1.98$	$f_1=24$
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	25.47	1	5.25	1
Мах - Мин	12/год. - 8/1ср.	25.47	1	5.25	1
2010 - 2015BP		$t_{\alpha 0.05}=2.02$	$f=40$	$F_{\alpha 0.05}=2.12$	$f_1=20$
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	14.48	1	2.62	1
Мах - Мин	12/1ср. - 8/2ср.	17.03	1	2.28	1
2014 - 2019НН		$t_{\alpha 0.05}=2.02$	$f=40$	$F_{\alpha 0.05}=2.12$	$f_1=20$
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	4.59	1	1.01	0
Мах - Мин	10/1ср. - 11/2ср.	20.79	1	1.36	0

¹ Емпиричната стойност на t -критерия на Стюдънт се изчислява по формулата:

$$t = \frac{Av_1 - Av_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)SD_1^2 + (n_2 - 1)SD_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}$$

където: Av_1 и Av_2 са средните аритметични в двете извадки; n_1 и n_2 - обемите на двете извадки; SD_1 и SD_2 - стандартните отклонения в сравняваните извадки.

За да се провери дали обучението по математика е ефективно (т.е. оценките не само се увеличават, но и стават все по-малко вариращи като стойности), се сравняват и стандартните отклонения в извадките. За тази цел е приложен F -критерият на Фишер² за сравняване на дисперсии. Нулевата хипотеза H_0^2 гласи, че между първия срок в 8-и клас и годишната оценка в 12-и клас има статистически значима разлика в стандартните отклонения в извадките. Т.е. ако приемем, че при постъпването си учениците в гимназията са групирани около по-висока средна стойност, то би трябвало в края на обучението им оценките да варират повече, т.е. да има статистически значима разлика в стандартното отклонение от средната оценка. В табл. 6 в последните две колони са дадени табличните стойности за F -критерия, изчислени с помощта на стандартната функция на Excel $FINV()$ и съответните степени на свобода. В клетките „Край - Начало“ в предпоследната колона на табл. 6 са изчислени стойностите на F -критерия при сравняване на дисперсията на оценките в началото на обучението и дисперсията на оценките в края на обучението. Тъй като за два от випуските (2009 - 2014НН и 2010 - 2015ВР) нулевата хипотеза не се потвърждава, не можем да твърдим, че има групиране на оценките. Тези резултати се повтарят и за стойностите на F -критерия при сравнението на дисперсиите на извадките, при които има максимален и минимален среден успех (редове „Max - Min“).

Последният анализ (Рангова корелация на Крюгер - Спирман³) потвърждава силната връзка между извадките с оценките на учениците за сравняваните периоди. За десет от 28 сравнения тя е силна - със стойности на коефициента R в интервала (0.7; 0.9). В седем от извадките, където има по-голямо различие в средния успех, силата на връзката е значителна ($0.5 \leq R \leq 0.7$). Само в една от извадките връзката е умерена ($0.3 \leq R \leq 0.5$). В три от извадките е получена изключително голяма връзка ($0.9 \leq R \leq 1.0$): Сравнението между успеха 1-ви срок и 2-ри срок в 9-и клас 2009 - 2014НН ($R=0.9058$), Сравнението 1-ви срок и 2-ри срок в 10-и клас 2009 - 2014НН ($R=0.9435$); Сравнението между успеха 1-ви срок и 2-ри срок в 10-и клас 2010 - 2015ВР ($R=0.9558$). В табл. 7 са дадени стойностите на коефициента на корелация R за извадките, сравнени в табл. 6. В три от сравненията връзката е **значителна**, а в останалите пет - **силна**. Това показва, че се работи целенасочено за подобряване на успеха на учениците по математика.

² Емпиричната стойност на F -критерия на Фишер [1] се изчислява по формулата (по-голямата дисперсия SD_1^2 е в числителя):

$$F = \frac{SD_1^2}{SD_2^2}.$$

³ Стойността на R -коефициента на Крюгер - Спирман [1] се изчислява по формулата (където величините x_i и y_i са стойностите (ранговете) от първото и второто сравнявано разпределение; n е обемът на извадката (брой двойки числа):

$$R = \frac{6 \sum (x_i - y_i)^2}{n(n^2 - 1)}.$$

7. Рангова корелация по Крюгер - Спирмън

2005 - 2010BP		R	Сила на връзката
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	0.6296	Значителна
Мах - Min	12/год. - 9/2ср.	0.5657	Значителна
2009 - 2014HH		R	Сила на връзката
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	0.8737	Силна
Мах - Min	12/год. - 8/1ср.	0.8737	Силна
2010 - 2015BP		R	Сила на връзката
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	0.8524	Силна
Мах - Min	12/1ср. - 8/2ср.	0.8061	Силна
2014 - 2019HH		R	Сила на връзката
Край - Начало	12/год. - 8/1ср.	0.5947	Значителна
Мах - Min	10/1ср. - 11/2ср.	0.7289	Силна

Изчислените стойности за T -критерия на Стюдънт за средния успех на учениците от четири завършили класа на двама различни учители дават основание да се отхвърли хипотезата, че няма статистически значима разлика в успеха на учениците между първия (началния) официално фиксиран резултат (8-и клас, срочна оценка, 1-ви срок) и крайния официално фиксиран резултат (12-и клас, годишна оценка).

Освен сравнението на средните аритметични по T -критерия на Стюдънт за гореизброените оценки са анализирани и стандартните отклонения в извадките. Изчислените стойности на F -критерия на Фишер показват, че в постиженията на учениците няма големи колебания освен при сравняването на максималния и минималния среден успех, което потвърждава, че няма статистически значима разлика в средния успех от съседни разглеждани интервали (т.е. между 1-ви и 2-ри срок за всяка учебна година).

Резултати

И трите анализа категорично отхвърлят хипотезата, че успехът по математика в природо-математическата гимназия за разглежданите класове става по-нисък: Статистически значимо различие има между началния и крайния фиксиран успех. За всички класове успехът при завършване е по-висок от фиксираната първа срочна оценка, което е потвърдено и от силата на връзката между началните и крайните оценки на учениците, както и между минималния и максималния успех на класовете.

Заключение и бъдеща работа

Резултатите от трите анализа доказват, че обективно обучението по математика в гимназията е на професионално ниво и че ако има по-нисък успех по математическите дисциплини, това не се дължи на пропуски в работата на учителите и ръководството, а на външни за училището фактори като например агресивен маркетинг на частните и други елитни училища в гр. Добрич. Именно такива субективни мнения на учители от конкурентни гимназии, че обучението в природо-математическата гимназия не е на висота и

че при тях „са по-добрите учители“, наложи извършването на анализа. Резултатите бяха представени на Ученическата конференция на Института по математика и информатика през 2018 г. и на Ученическата сесия на Ученическия институт на БАН през 2019 г. като ученически проект по статистика.

В новите учебни програми по математика статистиката се изучава от 8-и клас и обикновено учениците трудно разбират учебния материал или най-малкото смятат, че „статистиката е скучна и ненужна“. А такива проекти, освен че са емоционални и „нещо по-различно“, дават възможност статистиката да се изучава чрез решаването на реални проблеми.

Тези проекти са емоционални, защото учениците се чувстват значими, че работят над изследвания, полезни за гимназията. Проекти за анализ на успеха (постиженията) им дават възможност да се усъвършенстват, придобивайки допълнителни знания и умения. Научават много за електронните таблици (и по-специално Microsoft Excel) и когато в бъдеще им се наложи да оформят и обработват таблични данни, те ще са сигурни в себе си. И не на последно място: такъв тип проект е „патриотичен“ за Природо-математическа гимназия „Иван Вазов“, гр. Добрич. Когато проектът беше представен пред един от класовете в гимназията, беше приет с голямо одобрение и от директорското ръководство, защото опровергава недоброжелателните слухове, че обучението в гимназията днес не е на ниво.

Работата в това направление ще продължи с изследвания върху средния успех на различни випуски (класове) и сравнението им с вече анализирани резултати, както и с изследвания за други преподаватели и други учебни дисциплини.

ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА:

Иванов, И. (2006). Педагогическа диагностика. Шумен, УИ „Епископ Константин Преславски“.

Нулевата хипотеза и нейното отхвърляне (2017). Retrieved September 08, <https://ek.roncho.net>.

Справка по функциям Excel (2018).

<https://msofficeprowork.com/ref/excel/excelfunc/statistical/> .

Функции Excel (по категориям) (2018). <https://support.office.com/en-us/article/excelfunctions-by-category>.